

p-ISSN 1607-3274  
e-ISSN 2313-688X

Радіоелектроніка  
Інформатика  
Управління

Радиоэлектроника  
Информатика  
Управление

Radio Electronics  
Computer Science  
Control

2015/1

ISSN 1607-3274



9 771607 327005 52 >





Запорізький національний технічний університет

## **Радіоелектроніка, інформатика, управління**

Науковий журнал

Виходить чотири рази на рік

№ 1(32) 2015

Заснований у січні 1999 року.

Засновник і видавець – Запорізький національний технічний університет.

ISSN 1607-3274 (друкований), ISSN 2313-688X (електронний).

Запоріжжя

ЗНТУ

2015

Запорожский национальный технический университет

## **Радиоэлектроника, информатика, управление**

Научный журнал

Выходит четыре раза в год

№ 1(32) 2015

Основан в январе 1999 года.

Основатель и издатель – Запорожский национальный технический университет.

ISSN 1607-3274 (печатный), ISSN 2313-688X (электронный).

Запорожье

ЗНТУ

2015

Zaporizhzhya National Technical University

## **Radio Electronics, Computer Science, Control**

The scientific journal

Published four times per year

№ 1(32) 2015

Founded in January 1999.

Founder and publisher – Zaporizhzhya National Technical University.

ISSN 1607-3274 (print), ISSN 2313-688X (on-line).

Zaporizhzhya

ZNTU

2015

**Науковий журнал «Радіоелектроніка, інформатика, управління»** (скорочена назва – РІУ) видається Запорізьким національним технічним університетом (ЗНТУ) з 1999 р. періодичністю чотири номери на рік.

Зареєстрований Державним комітетом інформаційної політики, телебачення та радіомовлення 29.01.2003 р. Свідцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації серія КВ №6904.

ISSN 1607-3274 (друкований), ISSN 2313-688X (електронний).

Постановою президії ВАК України № 1-05/4 від 26.05.2010 р. журнал **включений до переліку наукових фахових видань України**, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата технічних наук та фізико-математичних наук (радіофізика).

В журналі безкоштовно публікуються наукові статті англійською, російською та українською мовами.

**Правила оформлення статей** подано на сайті: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

Журнал забезпечує **безкоштовний відкритий он-лайн доступ** до повнотекстових публікацій.

Журнал дозволяє авторам мати авторські права і зберігати права на видання без обмежень. Журнал дозволяє користувачам читати, завантажувати, копіювати, поширювати, друкувати, шукати або посилатися на повні тексти своїх статей. Журнал дозволяє повторне використання його вмісту у відповідності з СС ліцензією СС-ВУ.

Опублікованими статтям присвоюється унікальний ідентифікатор цифрового об'єкта DOI.

**Журнал реферується та індексується** у провідних міжнародних та національних реферативних журналах і наукометричних базах даних, а також розміщується у цифрових архівах та бібліотеках з безкоштовним доступом у режимі on-line (у т. ч. DOAJ, DOI, CrossRef, EBSCO, eLibrary.ru / РИНЦ, Google Scholar, Index Copernicus, INSPEC, ISSN, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, ВІНТІ, Джерело), повний перелік яких подано на сайті: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

**Журнал розповсюджується** за Каталогом періодичних видань України (передплатний індекс – 22914).

**Тематика журналу** містить: радіофізику, мікро-, нано- і радіоелектроніку, апаратне і програмне забезпечення комп'ютерної техніки, комп'ютерні мережі і телекомунікації, теорію алгоритмів і програмування, оптимізацію і дослідження операцій, міжмашинну і людино-машинну взаємодію, математичне і комп'ютерне моделювання, обробку даних і сигналів, управління в технічних системах, штучний інтелект, включаючи системи, засновані на знаннях, і експертні системи, інтелектуальний аналіз даних, розпізнавання образів, штучні нейронні і нейро-нечіткі мережі, нечітку логіку, колективний інтелект і мультиагентні системи, гібридні системи.

Усі статті, пропоновані до публікації, одержують **об'єктивний розгляд**, що оцінюється за суттю без урахування раси, статі, віросповідання, етнічного походження, громадянства або політичної філософії автора(ів).

Усі статті проходять двоступінчасте закрите (анонімне для автора) **рецензування** штатними редакторами і незалежними рецензентами – провідними вченими за профілем журналу.

#### РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

**Головний редактор** – Погосов В. В., д-р фіз.-мат. наук, Україна

**Заст. головного редактора** – Субботін С. О., д-р. техн. наук, Україна

**Члени редколегії:**

Безрук В. М., д-р техн. наук, Україна

Бодяньський Є. В., д-р техн. наук, Україна, редактор розділу з управління

Васильєв С. М., д-р фіз.-мат. наук, академік РАН, Росія

Гімплєвич Ю. Б., д-р техн. наук, Україна

Горбань О. М., д-р фіз.-мат. наук, Великобританія

Дробахін О. О., д-р фіз.-мат. наук, Україна

Зайцева О. М., канд. фіз.-мат. наук, Словаччина

Карпуков Л. М., д-р техн. наук, Україна

Корніч Г. В., д-р фіз.-мат. наук, Україна, редактор розділу з радіофізики

Кулік А. С., д-р техн. наук, Україна

Лебедев Д. В., д-р техн. наук, Україна, редактор розділу з управління

Левашенко В. Г., канд. фіз.-мат. наук, Словаччина

Лиснянський А., канд. техн. наук, Ізраїль

Марковська-Качмар У., д-р наук, Польща

Олещук В. О., канд. фіз.-мат. наук, Норвегія, редактор розділу з радіоелектроніки

Онуфрієнко В. М., д-р фіз.-мат. наук, Україна

Папшицький М., д-р філософії, Польща

Піза Д. М., д-р техн. наук, Україна

Потапенко Є. М. д-р техн. наук, Україна

Рубель О. І., канд. техн. наук, Канада

Хаханов В. І., д-р техн. наук, Україна, редактор розділу з інформатики

Чумаченко В. П., д-р фіз.-мат. наук, Україна, редактор розділу з радіоелектроніки

Шарпанських О. А., д-р філософії, Нідерланди, редактор розділу з інформатики

Рекомендовано до видання вченою радою ЗНТУ, протокол № 12 від 03.06.2015 р.

Журнал верстаний редакційно-видавничим відділом ЗНТУ.

**Веб-сайт журналу:** <http://ric.zntu.edu.ua>

**Адреса редакції:** Редакція журналу «РІУ», Запорізький національний технічний університет, вул. Жуковського, 64, м. Запоріжжя, 69063, Україна.

Тел: (061) 769-82-96 – редакційно-видавничий відділ

Факс: (061) 764-46-62

E-mail: [rvv@zntu.edu.ua](mailto:rvv@zntu.edu.ua)

**Научный журнал «Радиоэлектроника, информатика, управление»** (сокращенное название – РИУ) издается Запорожским национальным техническим университетом (ЗНТУ) с 1999 г. периодичностью четыре номера в год.

Зарегистрирован Государственным комитетом информационной политики, телевидения и радиовещания 29.01.2003 г. (Свидетельство о государственной регистрации печатного средства массовой информации серия КВ №6904).

ISSN 1607-3274 (печатный), ISSN 2313-688X (электронный).

Постановлением ВАК Украины №1-05/4 от 26.05.2010 г. журнал **внесен в перечень научных специализированных изданий Украины**, в которых могут публиковаться результаты диссертационных работ на получение научных степеней доктора и кандидата технических наук и физико-математических наук (радиофизика).

В журнале бесплатно публикуются научные статьи на английском, русском и украинском языках.

**Правила оформления статей** представлены на сайте: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

Журнал обеспечивает **бесплатный открытый он-лайн доступ** к полнотекстовым публикациям. Журнал разрешает авторам иметь авторские права и сохранять права на издание без ограничений. Журнал разрешает пользователям читать, загружать, копировать, распространять, печатать, искать или ссылаться на полные тексты своих статей. Журнал разрешает повторное использование его содержания в соответствии с СС лицензией СС-BY.

Опубликованным статьям присваивается уникальный идентификатор цифрового объекта DOI.

**Журнал реферруется и индексируется** в ведущих международных и национальных реферативных журналах и наукометрических базах данных, а также размещается в цифровых архивах и библиотеках с бесплатным доступом on-line (в т.ч. DOAJ, DOI, CrossRef, EBSCO, eLibrary.ru / РИНЦ, Google Scholar, Index Copernicus, INSPEC, ISSN, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, ВИНТИ, Джэрэло), полный перечень которых представлен на сайте: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

**Журнал распространяется** по Каталогу периодических изданий Украины (подписной индекс – 22914).

**Тематика журнала** включает: радиофизику, микро-, нано- и радиоэлектронику, аппаратное и программное обеспечение компьютерной техники, компьютерные сети и телекоммуникации, теорию алгоритмов и программирования, оптимизацию и исследование операций, межмашинное и человеко-машинное взаимодействие, математическое и компьютерное моделирование, обработку данных и сигналов, управление в технических системах, искусственный интеллект, включая системы, основанные на знаниях, и экспертные системы, интеллектуальный анализ данных, распознавание образов, искусственные нейронные и нейронно-четкие сети, нечеткую логику, коллективный интеллект и мультиагентные системы, гибридные системы.

Все статьи, предлагаемые к публикации, получают **объективное рассмотрение**, которое оценивается по существу без учета расы, пола, вероисповедания, этнического происхождения, гражданства или политической философии автора(ов).

Все статьи проходят двухступенчатое закрытое (анонимное для автора) **рецензирование** штатными редакторами и независимыми рецензентами – ведущими учеными по профилю журнала.

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**Главный редактор** – Погосов В. В., д-р физ.-мат. наук, Украина

**Зам. главного редактора** – Субботин С. А., д-р. техн. наук, Украина

**Члены редколлегии:**

Безрук В. М., д-р техн. наук, Украина

Бодянский Е. В., д-р техн. наук, Украина, редактор раздела по управлению

Васильев С. Н., д-р физ.-мат. наук, академик РАН, Россия

Гимпилевич Ю. Б., д-р техн. наук, Украина

Горбань А. Н., д-р физ.-мат. наук, Великобритания

Дробахин О. О., д-р физ.-мат. наук, Украина

Зайцева Е. Н., канд. физ.-мат. наук, Словакия

Карпуков Л. М., д-р техн. наук, Украина

Корнич Г. В., д-р физ.-мат. наук, Украина, редактор раздела по радиофизике

Кулик А. С., д-р техн. наук, Украина

Лебедев Д. В., д-р техн. наук, Украина, редактор раздела по управлению

Левашенко В. Г., канд. физ.-мат. наук, Словакия

Лиснянский А., канд. техн. наук, Израиль

Марковска-Качмар У., д-р наук, Польша

Олещук В. А., канд. физ.-мат. наук, Норвегия, редактор радиоэлектроники

Онуфриенко В. М., д-р физ.-мат. наук, Украина

Папшицкий М., д-р философии, Польша

Пиза Д. М., д-р техн. наук, Украина

Потапенко Е. М., д-р техн. наук, Украина

Рубель О. И., канд. техн. наук, Канада

Хаханов В. И., д-р техн. наук, Украина, редактор раздела по информатике

Чумаченко В. П., д-р физ.-мат. наук, Украина, редактор раздела по радиоэлектронике

Шарпанских А. А., доктор философии, Нидерланды – редактор раздела по информатике

Рекомендовано к изданию ученым советом ЗНТУ, протокол № 12 от 03.06.2015 г.

Журнал сверстан редакционно-издательским отделом ЗНТУ.

**Веб-сайт журнала:** <http://ric.zntu.edu.ua>.

**Адрес редакции:** Редакция журнала «РИУ», Запорожский национальный технический университет, ул. Жуковского, 64, г. Запорожье, 69063, Украина.

Тел.: +38-061-769-82-96 – редакционно-издательский отдел

Факс: (061) 764-46-62

E-mail: [rvv@zntu.edu.ua](mailto:rvv@zntu.edu.ua)

**The scientific journal «Radio Electronics, Computer Science, Control»** is published by the Zaporizhzhya National Technical University (ZNTU). since 1999 with periodicity four numbers per year.

The journal is registered by the State Committee for information policy, television and radio broadcasting of Ukraine in 29.01.2003. The journal has a State Registration Certificate of printed mass media (series KB №6904).

ISSN 1607-3274 (print), ISSN 2313-688X (on-line).

By the Decree of the Presidium of All-Ukrainian Certification Commission № 1-05/4 dated 05.26.2010 the journal is **included to the list of the scientific specialized periodicals of Ukraine** where the results of dissertations for D.Sc. and Ph.D in Technical Sciences, Physics and Mathematics may be published.

The journal publishes scientific articles in English, Russian, and Ukrainian free of charge.

The **article formatting rules** are presented on the site: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

The journal provides policy of **on-line open (free of charge) access** for full-text publications. The journal allow the authors to hold the copyright without restrictions and to retain publishing rights without restrictions. The journal allow readers to read, download, copy, distribute, print, search, or link to the full texts of its articles. The journal allow reuse and remixing of its content, in accordance with a CC license CC-BY.

Published articles have a unique digital object identifier (DOI).

**The journal is abstracted and indexed** in leading international and national abstractig journals and scientometric databases, and also placed to the digital archives and libraries with a free on-line access (including DOAJ, DOI, CrossRef, EBSCO, eLibrary.ru / РИИЦ, Google Scholar, Index Copernicus, INSPEC, ISSN, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, VINITI (All-Russian Institute of scientific and technical information), Djerelo), full list of which is presented on the site: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

**The journal is distributed**:by the Catalogue of Ukrainian periodicals (the catalog number is 22914).

**The journal scope**: radio physics, micro-, nano- and radio electronics, computer hardware and software, computer networks and telecommunications, algorithm and programming theory, optimization and operations research, machine-machine and man-machine interfacing, mathematical modeling and computer simulation, data and signal processing, control in technical systems, artificial intelligence, including knowledge-based and expert systems, data mining, pattern recognition, artificial neural and neuro-fuzzy networks, fuzzy logics, swarm intelligence and multiagent systems, hybrid systems.

All articles proposed for publication receive an **objective review** that evaluates substantially without regard to race, sex, religion, ethnic origin, nationality, or political philosophy of the author(s).

All articles undergo a two-stage **blind peer review** by the editorial staff and independent reviewers – the leading scientists on the profile of the journal.

## EDITORIAL BOARD

**Editor-in-Chief:** V. V. Pogosov, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Ukraine

**Deputy Editor-in-Chief:** S. A. Subbotin, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

### Members of Editorial Board:

V. M. Bezruk, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

Ye. V. Bodyanskiy, Doctor of Science in Engineering, Ukraine, Control section editor

V. P. Chumachenko, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Ukraine, Radio Electronics section editor

O. O. Drobakhin, Doctor of Science in Physics and Mathematics

Yu. B. Gimpilevich, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

A. N. Gorban, Doctor of Science in Physics and Mathematics, United Kingdom

V. I. Hahanov, Doctor of Science in Engineering, Ukraine, Computer Science section editor

L. M. Karpukov, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

G. V. Kornich, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Ukraine, Radio Physics section editor

A. S. Kulik, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

D. V. Lebedev, Doctor of Science in Engineering, Ukraine, Control section editor

V. G. Levashenko, Ph.D, Slovakia

A. Lisnianski, Ph.D, Israel

U. Markowska-Kaczmar, Doctor of Science, Poland

V. A. Oleshchuk, Ph.D in Physics and Mathematics, Norway, Radio Electronics section editor

V. M. Onufrienko, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Ukraine

M. Paprzycki, Ph.D, Poland

D. M. Piza, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

E. M. Potapenko, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

O. I. Rubel, Ph.D, Canada

A. A. Sharpanskykh, Ph.D, Netherlands, Computer Science section editor

S. N. Vassilyev, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Academician of Russian Academy of Sciences, Russia

E. N. Zaitseva, Ph.D, Slovakia

Recommended for publication by the Academic Council of ZNTU, protocol № 12 dated 03.06.2015.

The journal is imposed by the editorial-publishing department of ZNTU.

**The journal web-site** is <http://ric.zntu.edu.ua>.

**The address of the editorial office:** Editorial office of the journal «Radio Electronics, Computer Science, Control», Zaporizhzhia National Technical University, Zhukovskiy street, 64, Zaporizhzhya, 69063, Ukraine.

Tel.: +38-061-769-82-96 – the editorial-publishing department.

Fax: +38-061-764-46-62

E-mail: [rvv@zntu.edu.ua](mailto:rvv@zntu.edu.ua)

## ЗМІСТ

<b>РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ.....</b>	<b>7</b>
<i>Коляденко Ю. Ю., Алали А. М.</i> АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ ПЛАНІРОВАНИЯ ПЕРЕДАЧИ КАДРА В СЕТЯХ LTE.....	7
<i>Петрищев О. Н., Шаранов В. М., Сотула Ж. В., Базило К. В.</i> ПРИНЦИПЫ РАСЧЕТА ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ С ЧАСТИЧНО ЭЛЕКТРОДИРОВАННЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ.....	15
<b>МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ.....</b>	<b>26</b>
<i>Переварюха А. Ю.</i> КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОПУЛЯЦИЙ ОСЕТРОВЫХ КАСПИЯ С ДВУМЯ ВИДАМИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ АПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ.....	26
<i>Савков О. О., Мороз В. В.</i> АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОЕНЦЕФАЛОГРАФІЧНИХ СИГНАЛІВ НА ОСНОВІ ПСЕВДО-ПЕРЕТВОРЕННЯ ВІГНЕНА-ВІЛЛА.....	33
<b>НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ.....</b>	<b>39</b>
<i>Бодянский Е. В., Рябова Н. В., Золотухин О. В.</i> МНОГОСЛОЙНАЯ АДАПТИВНАЯ НЕЧЕТКАЯ ВЕРОЯТНОСТНАЯ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ В ЗАДАЧАХ КЛАССИФИКАЦИИ ТЕКСТОВЫХ ДОКУМЕНТОВ.....	39
<i>Субботин С. А.</i> БЫСТРЫЙ МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХ ВЫБОРОК ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПО ПРЕЦЕДЕНТАМ.....	46
<b>ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ.....</b>	<b>52</b>
<i>Evseev S. P., Tomashevskyy B. P.</i> TWO-FACTOR AUTHENTICATION METHODS THREATS ANALYSIS.....	52
<i>Korol O. G.</i> ENHANCED MAC ALGORITHM BASED ON THE USE OF MODULAR TRANSFORMATIONS.....	60
<i>Rupeikis R.</i> REVISED FASTFOURIER TRANSFORM.....	68
<i>Гнатушченко В. В., Кавац О. О., Шевченко В. Ю.</i> ПІДВИЩЕННЯ ПРОСТОРОВОГО РОЗРІЗНЕННЯ БАГАТОКАНАЛЬНИХ АЕРОКОСМІЧНИХ ЗОБРАЖЕНЬ ВИСОКОГО ПРОСТОРОВОГО РОЗРІЗНЕННЯ НА ОСНОВІ ГІПЕРСФЕРИЧНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ.....	73
<b>УПРАВЛІННЯ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ.....</b>	<b>79</b>
<i>Bayas M. M.</i> DEVELOPMENT OF A COORDINATION METHOD FOR EFFECTIVE DECISION-MAKING IN A HIERARCHICAL MULTILEVEL INDUSTRIAL SYSTEM.....	79

---

# CONTENTS

<b>RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS.....</b>	<b>7</b>
<i>Kolyadenko Y. Y., Alali A. M.</i> THE EFFICIENCY ANALYSIS OF THE SCHEDULING ALGORITHMS OF FRAME TRANSMISSION OVER LTE NETWORK.....	7
<i>Petrishchev O. N., Sharapov V. M., Sotula Zh. V., Bazilo K. V.</i> PRINCIPLES OF CALCULATION OF THE PIEZOELECTRIC ELEMENTS WITH SURFACES PARTIAL ELECTRODES COVERING.....	15
<b>MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELLING.....</b>	<b>26</b>
<i>Perevaryukha A. Yu.</i> COMPUTER MODELING OF STURGEON POPULATION OF THE CASPIAN SEA WITH TWO TYPES OF APERIODIC OSCILLATIONS.....	26
<i>Savkov O. O., Moroz V. V.</i> EGG SIGNAL ANALYSIS BASED ON PSEUDO WIGNER-VILLE DISTRIBUTION.....	33
<b>NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS.....</b>	<b>39</b>
<i>Bodyanskiy Ye. V., Ryabova N. V., Zolotukhin O. V.</i> MULTILAYER ADAPTIVE FUZZY PROBABILISTIC NEURAL NETWORK IN CLASSIFICATION PROBLEMS OF TEXT DOCUMENTS.....	39
<i>Subbotin S. A.</i> THE QUICK METHOD OF TRAINING SAMPLE SELECTION FOR NEURAL NETWORK DECISION MAKING MODEL BUILDING ON PRECEDENTS.....	46
<b>PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES.....</b>	<b>52</b>
<i>Evseev S. P., Tomashevskyy B. P.</i> TWO-FACTOR AUTHENTICATION METHODS THREATS ANALYSIS.....	52
<i>Korol O. G.</i> ENHANCED MAC ALGORITHM BASED ON THE USE OF MODULAR TRANSFORMATIONS.....	60
<i>Pupeikis R.</i> REVISED FASTFOURIER TRANSFORM.....	68
<i>Hnatushenko V. V., Kavats O. O., Shevchenko V. Yu.</i> IMPROVEMENT THE SPATIAL RESOLUTION OF MULTICHANNEL AEROSPACE HIGH SPATIAL RESOLUTION IMAGES ON THE BASE OF HYPERSPHERICAL TRANSFORM.....	73
<b>CONTROL IN TECHNICAL SYSTEMS.....</b>	<b>79</b>
<i>Bayas M. M.</i> DEVELOPMENT OF A COORDINATION METHOD OF FOR EFFECTIVE DECISION-MAKING IN A HIERARCHICAL MULTILEVEL INDUSTRIAL SYSTEM.....	79

# РАДИОЕЛЕКТРОНИКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

# РАДИОЕЛЕКТРОНИКА ТА ТЕЛЕКОММУНІКАЦІЇ

# RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 621.396.677.49

Коляденко Ю. Ю.<sup>1</sup>, Алали А. М.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Д-р техн. наук, професор, професор кафедри телекомунікаційних систем, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна

<sup>2</sup>Аспірант кафедри телекомунікаційних систем, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна

## АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ ПЛАНИРОВАНИЯ ПЕРЕДАЧИ КАДРА В СЕТЯХ LTE

В статье исследованы алгоритмы планирования, которые входят в состав подсистемы обеспечения качества обслуживания в сетях LTE. Проведены исследования эффективности алгоритмов планирования кадра по методам FIFO, SJF и RR. Сравнение проводилось по таким параметрам, как среднее время ожидания в очереди, среднее время обработки пакета, заполнение буфера данными и количество отброшенных пакетов.

Анализ показал, что при небольших длинах пакетов среднее время ожидания в очереди для алгоритмов RR и FIFO приблизительно одинаково, а алгоритм SJF по эффективности на треть превосходит алгоритмы RR и FIFO. С увеличением длин пакетов среднее время ожидания в очереди растет быстрее для алгоритма RR, для алгоритма FIFO рост времени ожидания в очереди несколько ниже. Самый минимальный рост времени ожидания в очереди имеет алгоритм SJF.

Получены зависимости среднего времени обработки пакетов от максимальной длины пакетов. Анализ показал, что и по этому показателю заметный выигрыш дает алгоритм SJF.

Проведен эксперимент с ограниченным объемом буфера очереди. Анализ показал, что заполнение буфера данными для алгоритма FIFO происходит интенсивнее, чем для алгоритма SJF. По процентному отношению отброшенных пакетов лучшие показатели имеет алгоритм SJF. Таким образом, для дальнейшего улучшения качества и эффективности передачи данных в сетях LTE рекомендуется алгоритм SJF, который дает выигрыш от 18% до 50%.

**Ключевые слова:** алгоритмы планирования кадра, сеть LTE.

### НОМЕНКЛАТУРА

BE – Best Effort;  
DL – нисходящее направление;  
FIFO – первым пришел, первым вышел;  
FDD – дуплексный разнос в частотной области;  
MAC – Media Access Control;  
nrtPS – Non-real-time Polling Service;  
OFDM – мультиплексирование с ортогональным частотным разделением;  
QoS – качество обслуживания;  
RR – Round Robin;  
rtPS – Real-time Polling Service;  
SJF – Shortest-Job-First;  
TDD – дуплексный разнос во временной области;  
UGS – Unsolicited Grant Service;  
UL – восходящее направление;  
AC – абонентская станция;  
BS – базовая станция;

ПК – планировщик кадров;  
СКО – среднеквадратическое отклонение;  
СМО – система массового обслуживания;  
 $\tau$  – промежуток времени, в котором генерируется  $k$  заявок;  
 $k$  – число заявок;  
 $p(k, \tau)$  – вероятность генерирования  $k$  заявок в промежутке времени  $\tau$ ;  
 $\lambda$  – интенсивность потока в единицу времени;  
 $\mu$  – интенсивность обслуживания;  
 $F(t)$  – функция распределения;  
 $p(t)$  – плотность распределения;  
 $m$  – математическое ожидание времени между заявками;  
 $\sigma^2$  – дисперсия;  
 $P_k$  – вероятность того, что в СМО обслуживается  $k$  заявок;

$m_{оч}$  – средний размер очереди;  
 $P_{отк}$  – вероятность отказа в обслуживании заявок;  
 $m_k$  – среднее число занятых каналов обслуживания;  
 $P_{зк}$  – вероятность занятия всех  $k$  каналов;  
 $P_{n+s}$  – вероятность занятия всех  $k$  каналов и  $s$  заявок в очереди;  
 $t_{ож}$  – среднее время ожидания в очереди;  
 $t_{oi}$  – время ожидания  $i$ -го пакета в очереди;  
 $P_0$  – вероятность того, что планировщик свободен;  
 $P_n$  – вероятность того, что пакет-заявка покинет систему не обслуженной;  
 $N$  – число пакетов в очереди;  
 $t_{об}$  – среднее время обработки пакета;  
 $t_{obi}$  – время обработки  $i$ -го пакета;  
 $m_s$  – средняя длина очереди;  
 $M$  – размер буфера;  
 $n$  – количество каналов обслуживания.

## ВВЕДЕНИЕ

При интенсивном развитии беспроводных сетей возникают проблемы увеличения их производительности, необходимость разработки алгоритмов, обеспечивающих своевременную и надежную передачу информации, которые повысят коэффициент использования полосы пропускания, сократят время реагирования базовой станции на запросы абонентских станций, обеспечат QoS для различных видов трафика [1, 2].

Теоретическим исследованиям и разработке фундаментальных основ передачи информации в телекоммуникационных сетях, созданию моделей и методов управления качеством обслуживания посвящены труды видных ученых J. Chen, W. Jiao, H. Wang, Dusit Niyato, Ekram Hossain и многих других.

Важными проблемами в области обеспечения качества обслуживания являются проблемы планирования. В процессе обеспечения QoS необходимо планирование кадра для того, чтобы определить какой пакет будет обслуживаться первым в конкретной очереди. На данный момент в системах связи используется алгоритм планирования FIFO. Для дальнейшего улучшения качества и эффективности передачи данных в сетях LTE [3] требуется исследование и выбор алгоритма планирования, который позволит сократить среднее время ожидания в очереди, среднее время обработки пакета, а также количество отброшенных пакетов, что в свою очередь повысит пропускную способность. Таким образом, актуальной является задача анализа и выбора более эффективного алгоритма планирования кадра.

Объектом исследования является процесс планирования кадра в сетях LTE.

Предмет исследования составляют модели и методы планирования кадра в сетях LTE при распределении частотно-временного ресурса между абонентскими станциями.

Целью данной работы является проведение анализа и выбор более эффективного алгоритма планирования кадра в сетях LTE.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В общем случае планирование кадров может быть представлено, как СМО [4] (рис. 1).

Применительно к планированию частотно-временного ресурса, компоненты этой системы могут быть интерпретированы следующим образом: заявкой является пакет, обслуживающим ПК. Пакеты-заявки поступают в очередь, при освобождении ПК один пакет выбирается из очереди и обслуживается в ПК [3, 4]. Под обслуживанием в данном случае понимается помещение пакета в очередной кадр.

Обслуживание может быть прервано по следующим причинам:

- обработка пакета завершена;
- пакет запросил выполнение операции, требующей ожидания какого-либо другого ресурса;
- выполнение прервано ПК.

Первые два случая с точки зрения СМО одинаковы: в любом случае пакет обработан, помещен в кадр и передан. Если пакет не обработан, то после получения запрошенного ресурса пакет вновь поступит во входную очередь. В случае прерывания пакета по инициативе ПК прерванный (вытесненный) пакет поступает во входную очередь сразу же. Порядок обслуживания входной очереди, очередность выбора из нее пакетов на обслуживание и составляет дисциплину или стратегию планирования. Методы теории массового обслуживания применяются для аналитического моделирования процесса планирования.

СМО делятся на системы с отказами, системы с очередями (ожиданиями) и смешанного типа. Входной поток (поток пакетов-заявок) – основной элемент СМО, определяющий процессы в СМО. Наиболее общим является простейший поток (Пуассона), обладающий стационарностью, ординарностью и отсутствием последовательности.

Простейший поток в промежутке времени  $\tau$  генерирует ровно  $k$  заявок с вероятностью [4]:

$$p(k, \tau) = \frac{(\lambda\tau)^k}{k!} e^{-\lambda\tau}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

Основные вероятностные характеристики для СМО с пуассоновским потоком [4]:

- функция распределения:  $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ ;

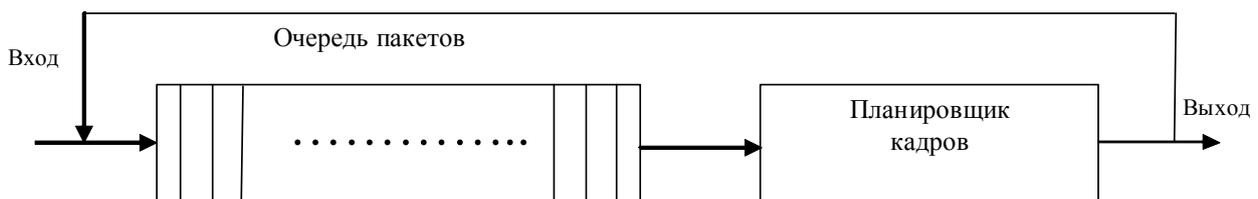


Рисунок 1 – Представление планирования кадров в виде системы массового обслуживания

- плотность распределения:  $p(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ ;
- математическое ожидание времени между заявками  $m = 1/\lambda$ ;
- дисперсия  $\sigma^2 = 1/\lambda^2$ ;
- среднеквадратическое отклонение  $CKO = \sqrt{\sigma^2} = 1/\lambda$ ;
- вероятность того, что в СМО обслуживается  $k$  заявок:

$$P_k = \frac{P_0}{k!} \rho^k, \text{ где } P_0 = \left( \sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} \right)^{-1}, \rho = \lambda/\mu. \quad (2)$$

Основные вероятностные характеристики для СМО с экспоненциальным потоком [4]:

- плотность распределения длительностей обслуживания:

$$p(t) = \mu e^{-\mu t}; \quad (3)$$

- математическое ожидание времени обслуживания:

$$m_{об} = 1/\mu; \quad (4)$$

- средний размер очереди:

$$m_{оч} = \lambda t_{ож}. \quad (5)$$

При  $\rho \geq n$  число заявок в очереди с течением времени неограниченно возрастает. Обычно  $\rho < n$ .

Вероятность отказа в обслуживании заявок [4]:

$$P_{отк} = P_n = \frac{\rho^n}{n!} P_0 = \frac{\rho^n}{n!} \left( \sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} \right)^{-1}. \quad (6)$$

Среднее число занятых каналов обслуживания:

$$m_k = M[k] = \sum_{k=1}^n \frac{\rho^k}{(k-1)!} P_0. \quad (7)$$

Вероятность занятия всех  $k$  каналов [4]:

$$P_{zk} = \frac{\rho^k}{k!} P_0, \quad 0 < k \leq n. \quad (8)$$

Вероятность занятия всех  $k$  каналов и  $s$  заявок в очереди:

$$P_{n+s} = \frac{\rho^{n+s}}{n!} P_0 \left[ \prod_{m=1}^s (n+m\beta) \right]^{-1}, \quad s \geq 1, \beta = \frac{m_{об}}{t_{ож}}, \quad (9)$$

при  $\beta \rightarrow \infty$  система переходит в СМО с отказами, при  $\beta \rightarrow 0$  – в СМО с ожиданиями.

Вероятность того, что планировщик свободен [4]:

$$P_0 = \left( \sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n}{n!} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\rho^s}{\prod_{m=1}^s (n+m\beta)} \right)^{-1}. \quad (10)$$

Средняя длина очереди:

$$m_s = \sum_{s=1}^{\infty} s P_{n+s} = \left( \frac{\rho^n}{n!} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{s \rho^s}{\prod_{m=1}^s (n+m\beta)} \right) \times \left( \sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n}{n!} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\rho^s}{\prod_{m=1}^s (n+m\beta)} \right)^{-1}. \quad (11)$$

Вероятность того, что пакет-заявка покинет систему не обслуженной [4]:

$$P_n = \frac{\beta}{\rho} \left( \frac{\rho^n}{n!} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{s \rho^s}{\prod_{m=1}^s (n+m\beta)} \right) \times \left( \sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n}{n!} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\rho^s}{\prod_{m=1}^s (n+m\beta)} \right)^{-1}. \quad (12)$$

Для определения основных вероятностных характеристик для сети LTE как СМО необходимо проведение имитационного моделирования при известных интенсивностях поступления пакетов и их обработки и определение среднего времени ожидания в очереди и среднего времени обработки для алгоритмов планирования, которые применяются в технологии LTE. Также целью статьи является предоставление рекомендаций по выбору алгоритма планирования. Критерием выбора является минимальное время ожидания в очереди и минимальное время обработки.

## 2 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

Механизмы планирования MAC определяют порядок передачи пакетов. Каждое соединение ассоциировано с одним механизмом планирования, который определяется набором параметров QoS. Определены следующие механизмы опроса для планирования передачи пакетов:

- предоставленный грант (UGS, Unsolicited Grant Service) предназначен для поддержки потоков реального времени, генерирующих пакеты данных фиксированного размера, таких как передача по каналу потока E1 и голоса поверх IP (VoIP) без подавления пауз;
- опрос в реальном времени (rtPS, Real-time Polling Service) предназначен для поддержки потоков реального времени, формирующих пакеты данных переменной длины, для которых критична задержка времени доставки, таких как MPEG-видео;
- опрос не в реальном времени (nrtPS, Non-real-time Polling Service) предназначен для поддержки потоков, требующих пакетов переменной длины, для которых не критична задержка времени доставки, таких как широкополосная служба FTP;

– опрос наилучший из возможных уровней сервиса, или потоки негарантированной доставки (BE) предназначен для эффективного обслуживания трафика *best effort*, например, трафик HTTP.

В многопользовательской беспроводной системе необходимо, чтобы планирование кадров распределяло имеющиеся ресурсы передачи между пользователями эффективно и справедливо. Были предложены разные методы планирования кадров. Наиболее распространенный способ планирования – это справедливое планирование, при котором пользователи получают сервисы в соответствии с весами, назначенными им заранее. В [5] представлена модель СМО алгоритма планирования для беспроводной среды передачи. С другой стороны, специально для беспроводных систем передачи было разработано гибкое планирование. В этом способе планирования для улучшения пропускной способности всей системы используются особенности многопользовательского режима. В частности, в текущем временном слоте право для передачи будет предоставлено пользователю, имеющему наилучшее качество канала. В [6, 7] предложена модель СМО для такого типа планирования. В [8] проведен анализ СМО для различных схем разделения ресурсов (минимаксная справедливость, пропорциональная справедливость, балансная справедливость). Для каждой из этих схем исследованы условия стабильности.

В то время как в большинстве работ рассмотрено только влияние беспроводного канала на производительность системы, в нескольких работах изучено влияние распределения ресурсов на производительность очередей. Например, в работе [9] влияние распределения ресурсов рассмотрено в модели СМО системы когнитивного радио с использованием адаптивной модуляции и кодирования; в работе [10] проанализирована система CDMA с адаптивной скоростью передачи. Данные исследования показали, что резервирование ресурсов транзитных соединений, также как и адаптация скорости передачи могут существенно влиять на производительность очередей для мобильных пользователей.

Анализ СМО используется также для улучшения контроля доступом соединений [11, 12]. В частности, для данных параметров трафика и качества беспроводного канала при данном способе доступа к среде передачи, может быть получена информация о задержках в очередях и потерях пакетов. Эта информация затем может быть использована при принятии решения о приеме нового соединения. Прием или отклонение нового соединения зависят от того, смогут ли поддерживаться требования QoS как для существующих соединений, так и для нового соединения. В [13] предложена модель СМО для контроля доступом соединений для беспроводных сетей Bluetooth, в [14] – для сетей IEEE 802.11. В [2] рассмотрена модель СМО для многоантенных систем.

Следует отметить, что в известных работах отсутствует анализ эффективности алгоритмов планирования и разработка модели СМО с учетом алгоритма планирования для сети LTE.

### 3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Существует достаточно большой набор разнообразных алгоритмов планирования, которые предназначены

для достижения различных целей и эффективны для разных классов задач. Рассмотрим некоторые наиболее употребительные алгоритмы применительно к процессу кратковременного планирования.

Простейшим алгоритмом планирования является алгоритм, который принято обозначать аббревиатурой FIFO по первым буквам его английского названия – First In, First Out. В таком режиме пакеты, находящиеся в состоянии готовности, выстроены в очередь. Когда пакет переходит в состояние готовности, он помещается в конец этой очереди. Выбор нового пакета для исполнения осуществляется из начала очереди.

Такой алгоритм выбора пакетов осуществляет невытесняющее планирование. Пакет, получивший в свое распоряжение процессор, занимает его до завершения процесса обработки. После этого для обработки выбирается новый пакет из начала очереди. Преимуществом алгоритма FIFO является легкость его реализации, но в то же время он имеет и много недостатков.

Для алгоритма FIFO среднее время ожидания в очереди определяется из выражения

$$t_o = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{oi}. \quad (13)$$

Среднее время обработки пакета

$$t_{ob} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{obi}. \quad (14)$$

Модификацией алгоритма FIFO является алгоритм, получивший название Round Robin (RR). По сути дела, это тот же самый алгоритм, только реализованный в режиме вытесняющего планирования. Можно представить себе все множество готовых пакетов организованным циклически – пакеты сидят на карусели. Карусель вращается так, что каждый пакет находится около процессора небольшой фиксированный квант времени. Пока пакет находится рядом с процессором, он получает процессор в свое распоряжение и может исполняться.

Реализуется такой алгоритм так же, как и предыдущий, с помощью организации пакетов, находящихся в состоянии готовности, в очередь FIFO. Планировщик выбирает для очередного исполнения пакет, расположенный в начале очереди, и устанавливает таймер для генерации прерывания по истечении определенного кванта времени. При выполнении процесса обработки пакета возможны два варианта:

1) время непрерывного использования процессора, необходимое процессу обработки пакета (остаток текущего CPU burst), меньше или равно продолжительности кванта времени. Тогда пакет по своей воле освобождает процессор до истечения кванта времени, на исполнение поступает новый пакет из начала очереди и таймер начинает отсчет кванта заново;

2) продолжительность остатка текущего CPU burst пакета больше, чем квант времени. Тогда по истечении этого кванта процесс обработки пакета прерывается таймером и помещается в конец очереди пакетов, готовых к исполнению, а процессор выделяется для использования пакету, находящемуся в ее начале.

Алгоритм «кратчайшая работа первой» или SJF. Алгоритм краткосрочного планирования может быть как вытесняющим, так и невытесняющим. При невытесняющем SJF – планировании процессор предоставляется избранному пакету на все необходимое ему время. При вытесняющем SJF – планировании учитывается появление новых пакетов в очереди готовых к исполнению во время работы выбранного пакета. Если CPU burst нового пакета меньше, чем остаток CPU burst у исполняющегося, то обрабатываемый пакет вытесняется новым.

#### 4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

С помощью имитационного моделирования проведен машинный эксперимент, который состоял в следующем. На вход буфера очереди подавались пакеты. Число пакетов в очереди  $N = 15000$ . Длины пакетов генерировались случайным образом от 1 до 40 бит. Используемый вид модуляции 64QAM. В связи с тем, что слот длительностью 0,5 мс состоит из 7 символов, а каждый символ состоит из 6 бит, время обработки 1 бита составляет  $t = 1,19 \cdot 10^{-2}$  с. Размер буфера  $M$  очереди в данном случае был неограничен.

Также был проведен эксперимент с ограниченным объемом буфера очереди  $M = 700000$  байт. Эксперимент состоял в следующем. На вход буфера очереди подавались пакеты. Длины пакетов генерировались случайным образом от 16 до 64 бит. Количество пакетов в очереди изменялась от  $N = 1$  до  $N = 15000$ .

#### 5 РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате эксперимента получены зависимости среднего времени ожидания в очереди (13) от максимальной длины пакетов (рис. 2) для алгоритма планирования RR – верхняя кривая, для алгоритма FIFO – средняя кривая, и для алгоритма SJF – нижняя кривая.

Также получены зависимости среднего времени обработки пакетов (14) от максимальной длины пакетов (рис. 3) для алгоритма планирования RR – верхняя кривая, для алгоритма FIFO – средняя кривая, и для алгоритма SJF – нижняя кривая.

Получена зависимость заполнения буфера данными от размера очереди (рис. 4) для алгоритма FIFO и для алгоритма SJF.

Так же получена зависимость процента отброшенных пакетов от количества поступивших пакетов в очередь  $N$  для алгоритма FIFO – верхняя кривая и алгоритма SJF – нижняя кривая (рис. 5).

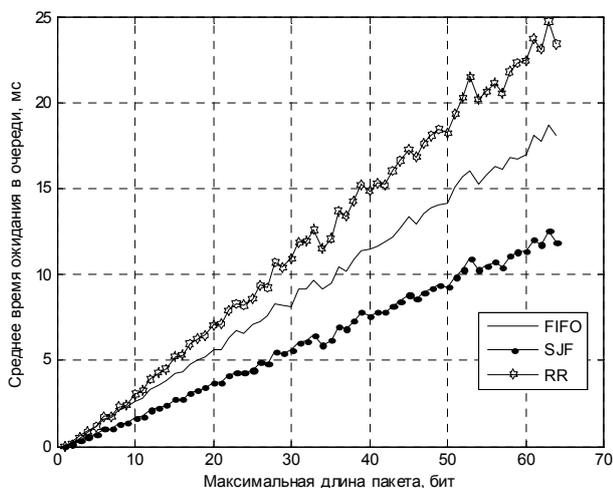


Рисунок 2 – Зависимость среднего времени ожидания в очереди от максимальной длины пакетов

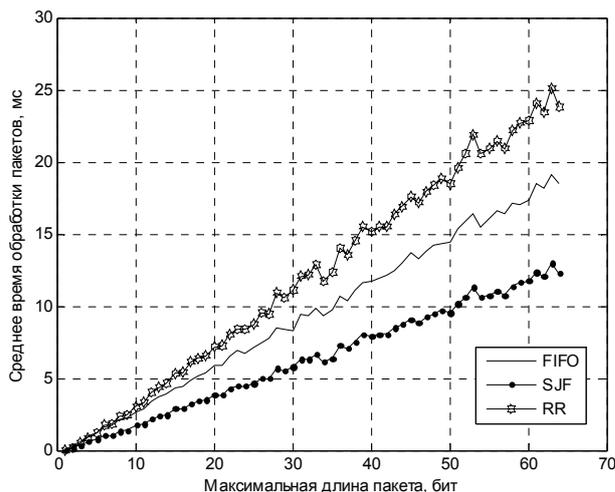


Рисунок 3 – Зависимость среднего времени обработки пакетов от максимальной длины пакетов

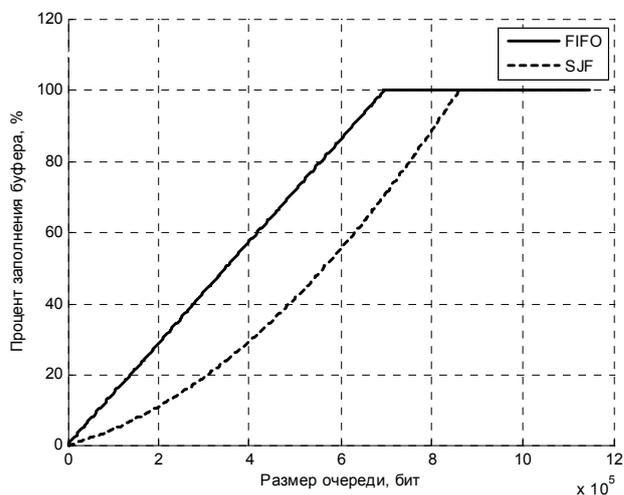


Рисунок 4 – Зависимость заполнения буфера данными от размера очереди

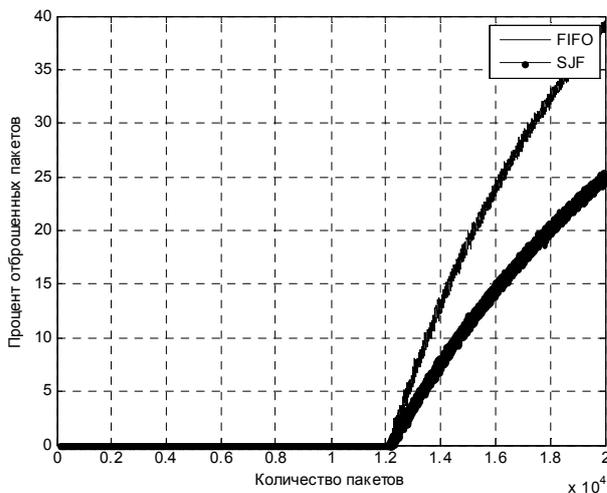


Рисунок 5 – Зависимость отброшенных пакетов от количества поступивших пакетов в очередь

## 6 ОБСУЖДЕНИЕ

Из графиков (рис. 2) видно, что при небольших длинах пакетов от 1 до 10 бит среднее время ожидания в очереди для алгоритмов RR и FIFO приблизительно одинаково. В этом диапазоне изменения длин пакетов алгоритм SJF по эффективности на треть превосходит алгоритмы RR и FIFO. С увеличением длин пакетов среднее время ожидания в очереди растет быстрее для алгоритма RR, для алгоритма FIFO рост времени ожидания в очереди несколько ниже. Самый минимальный рост времени ожидания в очереди имеет алгоритм SJF. Так при длине пакетов 30 бит выигрыш алгоритма FIFO относительно RR составляет 18%, а алгоритма SJF относительно RR составляет 45%. При длине пакетов 60 бит выигрыш алгоритма FIFO относительно RR составляет 27%, а алгоритма SJF относительно RR составляет 50%.

Судя по полученным зависимостям (рис. 3), можно сделать вывод о том, что и по этому показателю заметный выигрыш дает алгоритм SJF. Относительно RR этот выигрыш составляет 48%. Относительно FIFO – 32%.

Из графиков (рис. 4) видно, что заполнение буфера данными для алгоритма FIFO происходит интенсивнее, чем для алгоритма SJF. Так, для алгоритма FIFO буфер полностью заполнен при размере очереди, равной  $6,9 \cdot 10^5$ , а для алгоритма SJF при размере очереди равной,  $8,5 \cdot 10^5$  бит. Остальные пакеты в данном случае были отброшены. Таким образом, при использовании алгоритма SJF появляется возможность обработать на  $1,6 \cdot 10^5$  бит больше. Из полученных зависимостей можно сделать вывод о том, что при интенсивном поступлении пакетов в очередь, и, следовательно, при увеличении размера очереди оба алгоритма отбрасывают пакеты, но количество отброшенных бит алгоритмом SJF на 18,8% меньше, чем алгоритмом FIFO.

Из полученных зависимостей (рис. 5) можно сделать вывод о том, что по процентному отношению отброшенных пакетов лучшие показатели имеет алгоритм SJF.

Таким образом, для дальнейшего улучшения качества и эффективности передачи данных в сетях LTE рекомендуется алгоритм SJF.

## ВЫВОДЫ

1. Исследованы алгоритмы планирования, которые входят в состав подсистемы обеспечения качества обслуживания в сетях LTE. Проведены исследования эффективности алгоритмов планирования кадра по методу FIFO, SJF и RR.

2. Анализ показал, что при небольших длинах пакетов от 1 до 10 бит среднее время ожидания в очереди для алгоритмов RR и FIFO приблизительно одинаково. В этом диапазоне изменения длин пакетов алгоритм SJF по эффективности на треть превосходит алгоритмы RR и FIFO. С увеличением длин пакетов среднее время ожидания в очереди растет быстрее для алгоритма RR, для алгоритма FIFO рост времени ожидания в очереди несколько ниже. Самый минимальный рост времени ожидания в очереди имеет алгоритм SJF. Так, при длине пакетов 30 бит выигрыш алгоритма FIFO относительно RR составляет 18%, а алгоритма SJF относительно RR составляет 45%. При длине пакетов 60 бит выигрыш алгоритма FIFO относительно RR составляет 27%, а алгоритма SJF относительно RR составляет 50%.

3. Получены зависимости среднего времени обработки пакетов от максимальной длины пакетов. Анализ показал, что и по этому показателю заметный выигрыш дает алгоритм SJF. Относительно RR этот выигрыш составляет 48%. Относительно FIFO – 32%.

4. Проведен эксперимент с ограниченным объемом буфера очереди  $M = 700000$  байт. Получена зависимость заполнения буфера данными от размера очереди для алгоритма FIFO и для алгоритма SJF. Анализ показал, что заполнение буфера данными для алгоритма FIFO происходит интенсивнее, чем для алгоритма SJF. Так для алгоритма FIFO буфер полностью заполнен при размере очереди равной  $6,9 \cdot 10^5$ , а для алгоритма SJF при размере очереди равной  $8,5 \cdot 10^5$  бит. Остальные пакеты в данном случае были отброшены. Таким образом, при использовании алгоритма SJF появляется возможность обработать на  $1,6 \cdot 10^5$  бит больше. Из проведенного анализа следует, что при интенсивном поступлении пакетов в очередь, и, следовательно, при увеличении размера очереди оба алгоритма отбрасывают пакеты, но количество отброшенных бит алгоритмом SJF на 18,8% меньше, чем алгоритмом FIFO.

5. Получена зависимость процента отброшенных пакетов от количества поступивших пакетов в очередь  $N$  для алгоритма FIFO и алгоритма SJF. Анализ показал, что по процентному отношению отброшенных пакетов лучшие показатели имеет алгоритм SJF. Таким образом, для дальнейшего улучшения качества и эффективности передачи данных в сетях LTE рекомендуется алгоритм SJF.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при содействии кафедры телекоммуникационных систем Харьковского национального университета радиоэлектроники и Харьковского регионального научно-технического центра по технической защите информации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков А. Н. UMTS. Стандарт сотовой связи третьего поколения / А. Н. Волков, А. Е. Рыжков, М. А. Сиверс. – СПб. : Издательство «Линк», 2008. – 224 с.
2. Гельгор А. Л. Технология LTE мобильной передачи данных : учеб. пособие / А. Л. Гельгор, Е. А. Попов. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2011. – 204 с.
3. Тихвинский В. О. Сети мобильной связи LTE: технологии и архитектура / В. О. Тихвинский, С. В. Терентьев, А. Б. Юрчук. – М. : Эко-Трендз, 2010. – 284 с.
4. Поповський В. В. Математичні основи теорії телекомунікаційних систем : навчальний посібник [текст] / В. В. Поповський, С. О. Сабурова, Ю. Ю. Коляденко ; під заг. ред. проф. В. В. Поповського. – Харків : СМІТ, 2006. – 564 с.
5. Niyato D. Analysis of fair scheduling and connection admission control in differentiated services wireless networks / D. Niyato, E. Hossain // IEEE International Conference on Communications (ICC'05), Seoul, Korea, 16–20 May 2005: proceedings. – Seoul : IEEE, 2005. – P. 3137–3141. DOI: 10.1109/ICC.2005.1495064.
6. Issariyakul T. Channel-quality-based opportunistic scheduling with ARQ in multi-rate wireless networks: modeling and analysis / T. Issariyakul, E. Hossain // IEEE Transactions on Wireless Communications. – 2006. – vol. 5, № 4. – P. 796–806.
7. Le L. B. Queuing analysis and admission control for multi-rate wireless networks with opportunistic scheduling and ARQ-based

- error control / L. B. Le, E. Hossain, A. S. Alfa // IEEE International Conference on Communications (ICC'05), Seoul, Korea, 16–20 May 2005: proceedings. – Seoul: IEEE, 2005. – P. 3329–3333. DOI: 10.1109/ICC.2005.1495038.
8. Bonald T. A queuing analysis of max-min fairness, proportional fairness and balanced fairness / T. Bonald, L. Massoulié, A. Proutiero, J. Virtamo // *Queueing Systems*. – 2006. – Vol. 53. – P. 65–84.
9. Sousa E. S. Cognitive radio: A path in the evolution of public wireless networks / E. S. Sousa, B. M. Sadler, E. Hossain, S. A. Jafar // *Journal of Communications and Networks*. – 2009. – Vol. 11, № 2. – P. 99–103.
10. Niyato D. Call-level and packet-level quality of service and user utility in rate-adaptive cellular CDMA networks: a queuing analysis / D. Niyato, E. Hossain // *IEEE Transactions on Mobile Computing*. – 2006. – Vol. 5, № 12. – P. 1749–1763.
11. Niyato D. Delay-based admission control using fuzzy logic for OFDMA broadband wireless networks / D. Niyato, E. Hossain // IEEE International Conference on Communications (ICC'06). – Istanbul, Turkey, June 2006 : proceedings. – Istanbul : IEEE, 2006. – P. 1390–1405. DOI: 10.1109/ICC.2006.255539
12. Niyato D. A queuing-theoretic and optimization-based model for radio resource management in IEEE 802.16 broadband wireless networks / D. Niyato, E. Hossain // 3rd International Conference on Quality of Service in Heterogeneous Wired/wireless Networks. – New York, NY, USA, August 2006: proceedings. – New York : IEEE. – 2006. – P. 1473–1488. DOI: 10.1145/1185373.1185439.
13. Misić J. Admission control in Bluetooth piconets / J. Misić, K. L. Chan, V. B. Misić // *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. – 2004. – Vol. 53, № 3. – P. 890–911. DOI: 10.1109/TVT.2004.827154.
14. Tickoo O. Queuing analysis and delay mitigation in IEEE 802.11 random access MAC based wireless networks / O. Tickoo, B. Sikdar // Twenty-third annual joint conference of the IEEE computer and communications societies (INFOCOM 2004). – Troy, NY, USA, March 2004 : proceedings. – Troy : IEEE. – 2004. – P. 1404–1413. DOI: 10.1109/INFCOM.2004.1357025.

Статья поступила в редакцию 27.02.2015.

После доработки 08.04.2015.

Коляденко Ю. Ю.<sup>1</sup>, Алалі А. М.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Д-р техн. наук, професор, професор кафедри телекомунікаційних систем, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна

<sup>2</sup>Аспірант кафедри телекомунікаційних систем, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна

#### АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ АЛГОРИТМІВ ПЛАНУВАННЯ ПЕРЕДАЧІ КАДРА У МЕРЕЖАХ LTE

У статті досліджено алгоритми планування, які входять до складу підсистеми забезпечення якості обслуговування в мережах LTE. Проведено дослідження ефективності алгоритмів планування кадра за методами FIFO, SJF і RR. Порівняння проводилося за такими параметрами, як середній час очікування в черзі, середній час обробки пакета, заповнення буфера даними і кількість відкиннутих пакетів.

Аналіз показав, що при невеликих довжинах пакетів середній час очікування в черзі для алгоритмів RR і FIFO приблизно однаковий, а алгоритм SJF по ефективності на третину перевершує алгоритми RR і FIFO. Зі збільшенням довжин пакетів середній час очікування в черзі зростає швидше для алгоритму RR, для алгоритму FIFO зростання часу очікування в черзі дещо нижче. Найменше зростання часу очікування в черзі має алгоритм SJF.

Отримано залежності середнього часу обробки пакетів від максимальної довжини пакетів. Аналіз показав, що і за цим показником помітний вигравш дає алгоритм SJF.

Проведено експеримент з обмеженим обсягом буфера черги. Аналіз показав, що заповнення буфера даними для алгоритму FIFO відбувається інтенсивніше, ніж для алгоритму SJF. По процентному відношенню відкиннутих пакетів кращі показники має алгоритм SJF. Таким чином, для подальшого поліпшення якості та ефективності передачі даних в мережах LTE рекомендується алгоритм SJF, який дає вигравш від 18% до 50%.

**Ключові слова:** алгоритми планування кадру, мережа LTE.

Kolyadenko Y. Y.<sup>1</sup>, Alali A. M.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Telecommunication Systems, Kharkov National University of Radio Electronics, Kharkov, Ukraine

<sup>2</sup>Post-Graduate student of the Department of Telecommunication Systems, Kharkov National University of Radio Electronics, Kharkov, Ukraine

#### THE EFFICIENCY ANALYSIS OF THE SCHEDULING ALGORITHMS OF FRAME TRANSMISSION OVER LTE NETWORK

The article investigates the scheduling algorithms, which are part of the subsystem to ensure quality of service in networks of LTE. The effectiveness of frame scheduling methods FIFO, SJF and RR is studied. The comparison was made by parameters such as the average waiting time, average time of packet processing, filling the buffer data and the number of dropped packets. The analysis showed that at small packet length is the average waiting time in the queue for algorithms RR and FIFO is approximately the same, and SJF algorithm efficiency by a third superior than algorithms RR and FIFO. With the increase in the average length of the packet the waiting time in the queue is growing faster for algorithm RR. The increase of waiting time in the queue for the algorithm FIFO is slightly less. The SJF algorithm has a most minimal growth of time waiting in queue. The dependences average processing time of the maximum length of packets from packets are founded. Analysis showed that algorithm SJF by this indicator gives a noticeable gain. An experiment with limited buffer queue is conducted. Analysis showed that the filling of the data buffer by FIFO algorithm is more intense than by the algorithm SJF. According to the percentage of dropped packets the SJF algorithm has the best performance. Thus, to further improve the quality and efficiency of data transmission in LTE we recommend the algorithm SJF, which gives a gain of 18% to 50%.

**Keywords:** scheduling algorithms frame, network LTE.

## REFERENCES

1. Volkov A. N., Ryzhkov A. E., Sivers M. A. UMTS. Standart sotovoj svjazi tret'ego pokolenija. Sankt-Peterburg, Izdatel'stvo «Link», 2008, 224 p.
2. Gel'gor A. L., Popov E. A. Tehnologija LTE mobil'noj peredachi dannyh: ucheb. posobie. Sankt-Peterburg, Izd-vo Politehn. un-ta, 2011, 204 p.
3. Tihvinskij V. O., Terent'ev S. V., Jurchuk A. B. Seti mobil'noj svjazi LTE: tehnologii i arhitektura. Moscow, Jeko-Trendz, 2010, 284 p.
4. Popov'skij V. V., Saburova S. O., Koljadenko Ju. Ju.; pid zag. red. prof. V. V. Popov'skogo Matematichni osnovi teorii telekomunikacijnih sistem: navchal'nij posibnik. Harkiv, SMIT, 2006, 564 p.
5. Niyato D., Hossain E. Anlisis of fair scheduling and connection admission control in differentiated services wireless networks, In Proceedings of IEEE International Conference on Communications (ICC'05), Seoul, Korea, 16–20 May 2005, proceedings, Seoul, IEEE, 2005, pp. 3137–3141. DOI: 10.1109/ICC.2005.1495064.
6. Issariyakul T., Hossain E. Channel-quality-based opportunistic scheduling with ARQ in multi-rate wireless networks: modeling and analysis, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2006, vol. 5, No. 4, pp. 796–806.
7. Le L. B., Hossain E., Alfa A. S. Queuing analysis and admission control for multi-rate wireless networks with opportunistic scheduling and ARQ-based error control, Proceedings of IEEE International Conference on Communications (ICC'05), Seoul, Korea, 16–20 May 2005: proceedings. Seoul, IEEE, 2005, pp. 3329–3333. DOI: 10.1109/ICC.2005.1495038.
8. Bonald T., Massoulié L., Proutiero A., Virtamo J. A queuing analysis of max-min fairness, proportional fairness and balanced fairness, *Queueing Systems*, 2006, Vol. 53, pp. 65–84.
9. Sousa E. S., Sadler B. M., Hossain E., Jafar S. A. Cognitive radio: A path in the evolution of public wireless networks, *Journal of Communications and Networks*, 2009, Vol. 11, No. 2, pp. 99–103.
10. Niyato D., Hossain E. Call-level and packet-level quality of service and user utility in rate-adaptive cellular CDMA networks: a queuing analysis, *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2006, Vol. 5, No. 12, pp. 1749–1763.
11. Niyato D., Hossain E. Delay-based admission control using fuzzy logic for OFDMA broadband wireless networks, *Proceedings of IEEE International Conference on Communications (ICC'06)*, Istanbul, Turkey, June 2006: proceedings. Istanbul, IEEE, 2006, pp. 1390–1405. DOI: 10.1109/ICC.2006.255539
12. Niyato D., Hossain E. A queuing-theoretic and optimization-based model for radio resource management in IEEE 802.16 broadband wireless networks, *Proceedings of the 3rd international conference on Quality of service in heterogeneous wired/wireless networks*. New York, NY, USA, August 2006, proceedings. New York, IEEE, 2006, pp. 1473–1488. DOI: 10.1145/1185373.1185439.
13. Misić J. Chan K L., Misić V. B. Admission control in Bluetooth piconets, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2004, vol. 53, No. 3, pp. 890–911. DOI: 10.1109/TVT.2004.827154.
14. Tickoo O., Sikdar B. Queuing analysis and delay mitigation in IEEE 802.11 random access MAC based wireless networks, *Twenty-third annual joint conference of the IEEE computer and communications societies, INFOCOM 2004*, Troy, NY, USA, March 2004, proceedings. Troy, IEEE, 2004, pp. 1404–1413. DOI: 10.1109/INFCOM.2004.1357025.

УДК 534.121.1

Петрищев О. Н.<sup>1</sup>, Шарапов В. М.<sup>2</sup>, Сотула Ж. В.<sup>3</sup>, Базило К. В.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры акустики и акустоэлектроники Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина

<sup>2</sup>Д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой компьютеризированных и информационных технологий в приборостроении Черкасского государственного технологического университета, Черкассы, Украина

<sup>3</sup>Канд. техн. наук, доцент кафедры компьютеризированных и информационных технологий в приборостроении Черкасского государственного технологического университета, Черкассы, Украина

<sup>4</sup>Канд. техн. наук, доцент кафедры компьютеризированных и информационных технологий в приборостроении Черкасского государственного технологического университета, Черкассы, Украина

## ПРИНЦИПЫ РАСЧЕТА ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ С ЧАСТИЧНО ЭЛЕКТРОДИРОВАННЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Решена актуальная задача определения вычислительных процедур, которые позволяют выполнить оценку параметров напряженно-деформированного состояния и передаточных характеристик пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхностей. Предложена последовательность вычислительных процедур, которая позволяет при расчете передаточных характеристик учитывать полный набор физико-механических и геометрических параметров пьезоэлектрического элемента и конечное значение выходного электрического импеданса генератора электрических сигналов. Предложена методика, которая позволяет выполнить адекватную реальной ситуации оценку эффекта связности упругих и электрических полей в случае их произвольного распределения в объеме колеблющегося пьезоэлектрического элемента. Сформулированный полный набор граничных задач технической электродинамики и динамической теории упругости представляет собой математическое содержание энергосилового метода анализа физического состояния пьезоэлектрических элементов в режиме вынужденных колебаний под действием внешнего источника электрической энергии. Предложенная последовательность вычислительных процедур может быть рекомендована в качестве основы расчета характеристик пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхности и микроэлектромеханических структур.

**Ключевые слова:** частичное электродирование поверхностей пьезоэлемента, микроэлектромеханические структуры.

### НОМЕНКЛАТУРА

МЭМС – микроэлектромеханические структуры;

$\chi_{ij}^E$  – матрица диэлектрических проницаемостей;

$e_{k\beta}$  – матрица пьезоэлектрических модулей;

$c_{\beta\lambda}^E$  – матрица модулей упругости;

$U_0$  – амплитуда электрического потенциала на электродированной поверхности;

$U_r$  – амплитудное значение электрического потенциала на выходе генератора;

$\omega$  – круговая частота;

$t$  – время;

$\vec{B}^*(x_k)$  – амплитуда гармонически изменяющегося во времени вектора индукции;

$\vec{H}^*(x_k)$  – амплитуда гармонически изменяющегося во времени вектора напряженности магнитного поля;

$\vec{J}^*(x_k)$  – амплитуда вектора поверхностной плотности тока проводимости;

$\rho_0$  – плотность деформируемого твердого тела;

$C^E(\omega, \Pi)$  – динамическая электрическая емкость пьезоэлектрического элемента;

$I$  – амплитуда электрического тока в проводниках, которые подключаются к электродированным участкам поверхности пьезоэлектрического элемента;

$Z_{эл}(\omega)$  – электрический импеданс пьезоэлектрического элемента;

$\chi_{33}^E$  – компонент тензора диэлектрической проницаемости в направлении электрической поляризации;

$\chi_{11}^E$  – компонент тензора диэлектрической проницаемости в любом направлении на плоскости, которая перпендикулярна направлению электрической поляризации материала диска.

### ВВЕДЕНИЕ

В 1986 г. [1] впервые на страницах научной периодики появилась аббревиатура MEMS, которая заменяла длинное и долго произносимое словосочетание МЭМС. В настоящее время ведущие фирмы – изготовители радиоэлектронных компонентов серийно выпускают достаточно обширный перечень элементов, в состав которых включены различные МЭМС. Это, прежде всего, различные акселерометры, которые выпускаются миллионными тиражами, резонаторы и реализованные на их основе фильтры электрических сигналов, трансформаторы и другие микроминиатюрные электромеханические системы.

Технологии изготовления МЭМС в настоящее время принято называть микросистемными технологиями. МЭМС или, что то же самое, пьезоэлектрические элементы, изготовленные с помощью микросистемных технологий, имеют много общего с обычными, т. е. не микроскопических размеров, пьезоэлектрическими элементами, которые изготавливаются из пьезокерамики. Для реализации тех или иных функциональных возможностей в МЭМС используются поликристаллические сегнетоэлектрики, которые поляризуются постоянным электрическим полем в заданном направлении. Обычные пьезоэлектрические элементы изготавливаются из пьезокерамики, которая изначально является поликристаллическим сегнетоэлектриком, который на последнем технологическом этапе изготовления пьезоэлектрического изделия поляризуется постоянным электрическим полем заданной ориентации. Отличительной чертой между МЭМС и обычными пьезоэлементами является способ электродирования рабочих поверхностей. Обычные пьезоэлектрические элементы имеют, как правило, сплошное электродирование поверхности. В некоторых

специальных случаях электроды разделяются (разрезаются) на отдельные области, которые не имеют между собой гальванической связи. В МЭМС, как правило, используется частичное электродирование рабочих поверхностей, когда только часть поверхности поляризованного сегнетоэлектрика покрывается металлической пленкой. Этот способ электродирования позволяет возбуждать в объеме МЭМС несколько типов упругих колебаний. Манипулируя геометрическими параметрами электродированных поверхностей, можно управлять энергетикой колебательных процессов в МЭМС, т. е. создавать условия, когда один тип колебательных движений будет доминировать над остальными по амплитуде вектора упругих смещений материальных частиц.

Целью данной работы являлась разработка вычислительных процедур, которые позволяют выполнить оценку параметров напряженно-деформированного состояния и передаточных характеристик пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхностей.

### 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим пьезоэлектрический элемент, для определенности в форме пластинки, ограниченной произвольным криволинейным контуром  $K$  (рис. 1). Пластинка располагается в декартовой системе координат  $(x_1, x_2, x_3)$  таким образом, что начало системы находится на срединной поверхности пластинки.

Для упрощения последующих рассуждений, будем полагать, что пластинка выполнена из поляризованной по толщине, т. е. в направлении оси  $Ox_3$ , пьезокерамики. Будем также полагать, что поляризация выполнена постоянным электрическим полем, аксиальный компонент вектора напряженности которого имел постоянное значение в любой точке объема пластинки. Это позволяет утверждать, что материальные константы пьезоэлектрической пластинки (компоненты тензоров диэлектрической проницаемости, пьезоэлектрических модулей и модулей упругости) не зависят от координат точки внутри объема пластинки и задаются матрицами следующего вида:

а) матрица диэлектрических проницаемостей  $\chi_{ij}^\varepsilon$ , которые экспериментально определяются в режиме постоянства (равенства нулю) упругих деформаций (верхний символ  $\varepsilon$ ):

$$|\chi_{ij}^\varepsilon| = \begin{vmatrix} \chi_{11}^\varepsilon & 0 & 0 \\ & \chi_{22}^\varepsilon & 0 \\ & & \chi_{33}^\varepsilon \end{vmatrix}, \quad (1)$$

где  $\chi_{11}^\varepsilon = \chi_{22}^\varepsilon \neq \chi_{33}^\varepsilon$ ;

б) матрица пьезоэлектрических модулей  $e_{k\beta}$  ( $k = 1, 2, 3$ ;  $\beta = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  – индекс Фойгта):

$$|e_{k\beta}| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad (2)$$

где  $e_{31} = e_{32} \neq e_{33}$ ;  $e_{15} = e_{24} = (e_{33} - e_{31})/2$ ;

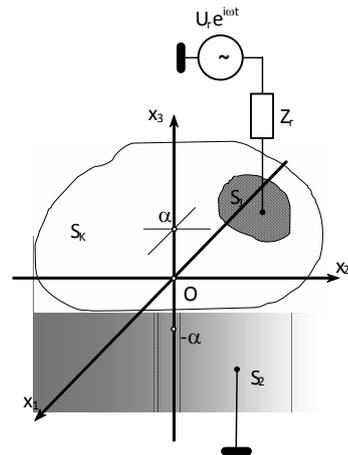


Рисунок 1 – Пьезоэлектрический элемент с частичным электродированием поверхностей  $x_3 = \pm \alpha$

в) матрица модулей упругости  $c_{\beta\lambda}^E$ , которые экспериментально определяются в режиме постоянства (равенства нулю) напряженности электрического поля (верхний символ  $E$ ),  $((\beta, \lambda) = 1, \dots, 6$  – индексы Фойгта):

$$|c_{\beta\lambda}^E| = \begin{vmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & \\ & c_{22}^E & c_{23}^E & 0 & 0 & 0 \\ & & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_{44}^E & 0 & 0 \\ & & & & c_{55}^E & 0 \\ & & & & & c_{66}^E \end{vmatrix}, \quad (3)$$

где  $c_{11}^E = c_{22}^E \neq c_{33}^E$ ;  $c_{12}^E = c_{13}^E = c_{23}^E$ ;  $c_{44}^E = c_{55}^E$ ;  
 $c_{66}^E = (c_{11}^E - c_{12}^E)/2$ .

Предположим, что на верхней ( $x_3 = \alpha$ ) и нижней ( $x_3 = -\alpha$ ) поверхностях пьезоэлектрической пластинки имеются произвольно расположенные области  $S_1$  и  $S_2$ , соответственно (рис. 1), которые покрыты тонким слоем металла, т. е. электродированы. При этом, в общем случае  $S_1 \neq S_2 \neq S_K$ , где  $S_K$  – поверхность пластинки, ограниченная контуром  $K$ . На поверхность  $S_1$  подается от генератора электрических сигналов электрический потенциал  $U_0 e^{i\omega t}$  ( $U_0$  – амплитуда электрического потенциала на электродированной поверхности  $S_1$ ; естественно, что  $U_0 \neq U_i$ ,  $i = \sqrt{-1}$ ). Символом  $Z_r$  на рис. 1 обозначен выходной электрический импеданс генератора электрических сигналов.

### 2 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

Частичное электродирование поверхности имеет своим следствием то, что электрические поля в объеме сегнетоэлектрика становятся зависимыми от значений координат точки наблюдения за параметрами электрического поля. Этот феномен отсутствует в обычных пьезоэлектрических элементах. На условии постоянства напряженности переменного, созданного внешним генератором электрических сигналов, электрического поля в объеме

пьезоелектрического элемента базируются методики расчета напряженно-деформированного состояния пьезоэлектрических пластин [2] и оболочек [3]. В случае частичного электродирования поверхности пьезоэлектрического элемента эти методики не работают.

Последнее побуждает искать новые подходы к процедуре расчета параметров напряженно-деформированного состояния и передаточных характеристик пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхности. Ниже будет изложена общая схема выполнения вычислительных процедур, которая, в принципе, позволяет выполнить оценку параметров напряженно-деформированного состояния и передаточных характеристик пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхностей. Эта схема может быть использована в качестве теоретической основы при математическом моделировании МЭМС.

### 3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Обозначим амплитудное значение вектора напряженности переменного электрического поля символом  $\vec{E}^*(x_k)$ . Электрическую поляризацию, которая создается переменным электрическим полем в объеме пьезоэлектрической пластинки, будем определять изменяющимся во времени по закону  $e^{i\omega t}$  вектором электрической индукции, амплитудное значение которого обозначим символом  $\vec{D}^*(x_k)$ . При этом между компонентами векторов электрической индукции и напряженности электрического поля имеется линейное соответствие следующего вида:

$$D_k^*(x_k) = \chi_{kj}^{\varepsilon} E_j^*(x_k). \quad (4)$$

В соотношении (4) и во всех последующих записях подобного типа предполагается суммирование по дважды повторяющемуся индексу. В формуле (4) таким индексом является символ  $j$ , который последовательно принимает значения 1, 2, 3.

Характеристики переменного электрического поля в объеме пьезоэлектрического элемента определяются уравнениями Максвелла, которые для амплитудных значений электрической и магнитной составляющих электромагнитного поля записываются в следующем виде:

$$\text{rot } \vec{H}^*(x_k) = \vec{J}^*(x_k) + i\omega \vec{D}^*(x_k), \quad (5)$$

$$\text{rot } \vec{E}^*(x_k) = -i\omega \vec{B}^*(x_k), \quad (6)$$

где  $\vec{B}^*(x_k) = \mu_0 \vec{H}^*(x_k)$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная проницаемость вакуума. Так как пьезокерамика является довольно хорошим диэлектриком, можно записать, что  $\vec{J}^*(x_k) = 0$ . Последнее означает, что реальной пьезокерамике приписываются свойства идеально диэлектрика.

Вычисляя дивергенцию от левой и правой частей уравнения Максвелла (5), получаем, в случае идеально диэлектрика, следующий результат:

$$\text{div } \vec{D}^*(x_k) = 0. \quad (7)$$

В монографии [3] доказывается, что в диапазоне частот от нуля до десятков мегагерц уравнение (6) для идеальных диэлектриков можно записывать в следующем виде:

$$\text{rot } \vec{E}^*(x_k) \cong 0. \quad (8)$$

Условие (8) свидетельствует о потенциальном характере переменного электрического поля в объеме пьезоэлектрического элемента. По этой причине возможно описание этого поля с помощью скалярного потенциала  $\Phi^*(x_k) e^{i\omega t}$ . При этом амплитудное значение  $\vec{E}^*(x_k)$  вектора напряженности переменного электрического поля, которое создается внешним источником, т. е. генератором электрических сигналов, определяется стандартным [4] образом:

$$\vec{E}^*(x_k) = -\text{grad } \Phi^*(x_k). \quad (9)$$

Подставляя определение (9) в соотношение (4), а полученный результат – в условие (7) отсутствия свободных носителей электричества, получаем дифференциальное уравнение Лапласа, решение которого определяет амплитудные значения электрического потенциала  $\Phi^*(x_k)$ :

$$\frac{\partial^2 \Phi^*(x_k)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \Phi^*(x_k)}{\partial x_2^2} + \xi^2 \frac{\partial^2 \Phi^*(x_k)}{\partial x_3^2} = 0, \quad (10)$$

где  $\xi^2 = \chi_{33}^{\varepsilon} / \chi_{11}^{\varepsilon}$  – квадрат коэффициента анизотропии диэлектрической проницаемости пьезоэлектрика.

Общее решение дифференциального уравнения (10) должно удовлетворять следующим условиям на границах области существования:

$$\Phi^*(x_k) \Big|_{x_3 = \alpha} = U_0 \quad \forall (x_1, x_2) \in S_1; \quad (11)$$

$$\frac{\partial \Phi^*(x_k)}{\partial x_3} \Big|_{x_3 = \alpha} = 0 \quad \forall (x_1, x_2) \in S_K - S_1, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \Phi^*(x_k)}{\partial n} = 0 \quad \forall (x_k) \in K, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Phi^*(x_k)}{\partial x_3} \Big|_{x_3 = -\alpha} = 0 \quad \forall (x_1, x_2) \in S_K - S_2, \quad (14)$$

$$\Phi^*(x_k) \Big|_{x_3 = -\alpha} = 0 \quad \forall (x_1, x_2) \in S_2, \quad (15)$$

где символ  $\partial/\partial n$  означает производную в направлении внешней единичной нормали к боковой поверхности пластинки, которая опирается на контур  $K$ .

Условия (11) и (15) самоочевидны. Условия (12)–(14) носят приближенный характер [3] и выполняются тем точнее, чем больше отличается диэлектрическая прони-

цаемость пьезоэлектрика от диэлектрической проницаемости вакуума  $\chi_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. Для пьезокерамики типа ЦТС диэлектрические проницаемости  $\chi_{ij}^\varepsilon \geq 10^3 \chi_0$  и поэтому граничные условия (12)–(14) можно считать практически точными. Если диэлектрическая проницаемость поляризованного сегнетоэлектрика в МЭМС менее  $10\chi_0$ , что, кстати сказать, еще не случилось, то условия (12)–(14) необходимо переформулировать с учетом существования полей рассеяния.

Решение граничной задачи (10)–(15) является первой вычислительной процедурой при выполнении расчетов параметров напряженно-деформируемого состояния пьезоэлектрических элементов совместимых с микросистемными технологиями. На этом этапе фактически определяются уровни энергии электрического поля в любой, произвольно заданной точке объема пьезоэлектрического элемента. Необходимо подчеркнуть, что потенциал  $\Phi^*(x_k)$  рассчитывается в предположении, что он полностью определяется геометрическими параметрами пьезоэлектрического элемента и не зависит от параметров упругих и электрических полей, которые формируются в объеме колеблющегося пьезоэлемента.

После определения потенциала  $\Phi^*(x_k)$  уравнения физического состояния колеблющегося пьезоэлектрического элемента, расчетная схема которого показана на рис. 1, можно записать в следующем виде:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}^E \frac{\partial u_\ell}{\partial x_k} - e_{kij} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} + \frac{\partial \Phi^*}{\partial x_k} \right), \quad (16)$$

$$D_m = e_{mij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \chi_{mj}^\varepsilon \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} + \frac{\partial \Phi^*}{\partial x_j} \right), \quad (17)$$

где  $\sigma_{ij}$  – амплитудное значение компонента тензора результирующих механических напряжений;  $u_\ell$  – амплитуда изменяющегося во времени по гармоническому закону  $e^{i\omega t}$   $\ell$ -го компонента вектора смещения материальных частиц пьезоэлектрика;  $\Phi \equiv \Phi(x_k)$  – скалярный потенциал внутреннего электрического поля [5], которое возникает в результате смещения ионов пьезоэлектрика из равновесных положений узлов кристаллической решетки;  $\Phi^* \equiv \Phi^*(x_k)$  – известный скалярный потенциал переменного электрического поля, которое создается внешним источником (генератором). По своему физическому содержанию уравнение физического состояния (16) является обобщенным законом Гука для упругой среды с пьезоэлектрическими эффектами, а уравнение (17) – законом электрической поляризации диэлектрика с пьезоэлектрическими свойствами.

Второй закон Ньютона в дифференциальной форме или, что то же самое – уравнение движения материальной частицы упруго деформируемого твердого тела, в общем случае записывается следующим образом:

$$\frac{\partial \sigma_{ji}(x_k, t)}{\partial x_j} = \rho_0 \frac{\partial^2 u_i(x_k, t)}{\partial t^2}. \quad (18)$$

Подставляя в определение (18) уравнение (16), и принимая во внимание, что все физические поля в объеме деформируемого пьезоэлектрического элемента изменяются во времени по гармоническому закону  $e^{i\omega t}$ , получаем уравнение следующего вида:

$$c_{ijkl}^E \frac{\partial^2 u_\ell}{\partial x_k \partial x_j} - e_{kij} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_k \partial x_j} + \rho_0 \omega^2 u_i = f_i^K(x_k), \quad (19)$$

где  $f_i^K(x_k) = e_{kij} \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial x_k \partial x_j}$  – амплитудное значение  $i$ -го

компонента вектора объемной плотности сил Кулона, которые создаются внешним источником (генератором) электрического поля. Естественно, что второе слагаемое в левой части уравнения (19) также имеет смысл  $i$ -го компонента амплитудного значения вектора объемной плотности сил Кулона, которые возникают в объеме деформируемого пьезоэлектрика внутренним электрическим полем и препятствуют его деформированию электрическими полями внешних источников. При малых значениях пьезоэлектрических модулей, т. е. в случае, когда  $e_{kij} \leq 1$  Кл/м<sup>2</sup>, вторым слагаемым в уравнении можно, в принципе, пренебречь. Но для пьезоэлектрических керамик типа ЦТС (PZT), у которых  $e_{kij} \leq 20$  Кл/м<sup>2</sup>, силами Кулона внутреннего электрического поля пренебрегать нельзя. Эти силы, т. е. второе слагаемое в уравнении (19), действуют согласно (связанно) с силами упругости (первое слагаемое) и увеличивают эффективную жесткость пьезоэлектрика. В некоторых направлениях жесткость пьезокерамики может увеличиваться более чем на 50%.

Условие (7) отсутствия свободных носителей электричества в пьезодиэлектрике справедливо, очевидно, при любом представлении вектора электрической индукции. Поскольку  $\text{div } \vec{D}(x_k) = 0$ , то, после подстановки в это условие уравнения (17), получаем следующий результат:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_2^2} + \xi^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_3^2} + \frac{1}{\chi_1^\varepsilon} e_{mij} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_m \partial x_j} = 0. \quad (20)$$

Уравнения (19), (20) представляют собой в общем случае систему из четырех дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных. Единственность решения этой системы уравнений обеспечивают граничные условия. Если пьезоэлектрический элемент колеблется в вакууме, т. е. не имеет механических контактов с другими материальными объектами, то на его боковых поверхностях вследствие выполнения третьего закона Ньютона должны обращаться в нуль нормальные и касательные напряжения, действующие на элементарных площадках этих поверхностей. Применительно к расчетной схеме, которая показана на рис. 1, сказанное выше записывается следующим образом:

$$c_{3jkl} \frac{\partial u_\ell}{\partial x_k} - e_{k3j} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} + \frac{\partial \Phi^*}{\partial x_k} \right) \Bigg|_{x_3 = \pm \alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_K, \quad (21)$$

$$n_i \left[ c_{ijk\ell} \frac{\partial u_\ell}{\partial x_k} - e_{kij} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} + \frac{\partial \Phi^*}{\partial x_k} \right) \right] = 0 \forall x_k \in K, \quad (22)$$

где  $n_i$  – компоненты вектора внешней единичной нормали к боковой цилиндрической поверхности пьезоэлемента, в основании которой лежит криволинейный контур  $K$  (рис. 1).

Скалярный потенциал  $\Phi(x_k)$  внутреннего электрического поля должен удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\Phi(x_k) \Big|_{x_3 = \alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_1, \quad (23)$$

$$\frac{\partial \Phi(x_k)}{\partial x_3} \Big|_{x_3 = \alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_K - S_1, \quad (24)$$

$$\frac{\partial \Phi(x_k)}{\partial x_1} \Big|_{x_3 = \alpha} = \frac{\partial \Phi(x_k)}{\partial x_2} \Big|_{x_3 = \alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_1, \quad (25)$$

$$n_i \frac{\partial \Phi(x_k)}{\partial x_i} = 0 \forall x_k \in K, \quad (26)$$

$$\Phi(x_k) \Big|_{x_3 = -\alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_2, \quad (27)$$

$$\frac{\partial \Phi(x_k)}{\partial x_3} \Big|_{x_3 = -\alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_K - S_2, \quad (28)$$

$$\frac{\partial \Phi(x_k)}{\partial x_1} \Big|_{x_3 = \alpha} = \frac{\partial \Phi(x_k)}{\partial x_2} \Big|_{x_3 = \alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_1. \quad (29)$$

Сформулированная соотношениями (19)–(29) граничная задача является наиболее полной и общей математической формулировкой граничной задачи электроупругости установившихся гармонических колебаний пьезоэлектрических элементов конечных размеров.

Не вдаваясь в пространные рассуждения, можно утверждать, что точное решение этой граничной задачи осуществить невозможно. Вместе с тем, вполне возможно построить алгоритм приближенного решения граничной задачи (19)–(29). Вычислительную процедуру, о которой пойдет речь, можно назвать методом последовательных приближений. При этом искомые компоненты вектора смещения  $u_\ell(x_k)$  и скалярного потенциала  $\Phi(x_k)$  представляются сходящимися рядами следующего содержания:

$$u_\ell(x_k) = u_\ell^{(0)}(x_k) + \sum_{v=1}^{\infty} \Delta u_\ell^{(v)}(x_k),$$

$$\Phi(x_k) = \Phi^{(0)}(x_k) + \sum_{v=1}^{\infty} \Delta \Phi^{(v)}(x_k), \quad (30)$$

где  $u_\ell(x_k)$  и  $\Phi(x_k)$  – точные решения системы уравнений (19), (20);  $u_\ell^{(0)}(x_k)$  и  $\Phi^{(0)}(x_k)$  – нулевые приближе-

ния к точным решениям;  $\Delta u_\ell^{(v)}(x_k)$  и  $\Delta \Phi^{(v)}(x_k)$  – поправки  $v$ -го порядка к нулевым приближениям точных решений  $u_\ell(x_k)$  и  $\Phi(x_k)$ .

Нулевое приближение  $u_\ell^{(0)}(x_k)$  к точному значению амплитуды  $\ell$ -го компонента вектора смещения материальных частиц пьезоэлектрического элемента находится в результате решения следующей стационарной граничной задачи:

$$c_{ijk\ell}^E \frac{\partial^2 u_\ell^{(0)}}{\partial x_k \partial x_j} + \rho_0 \omega^2 u_\ell^{(0)} = f_i^K, \quad (31)$$

$$\left[ c_{3jk\ell}^E \frac{\partial u_\ell^{(0)}}{\partial x_k} - \sigma_{3j}^K \right] \Big|_{x_3 = \pm \alpha} = 0 \forall (x_1, x_2) \in S_K, \quad (32)$$

$$n_i \left[ c_{ijk\ell}^E \frac{\partial u_\ell^{(0)}}{\partial x_k} - \sigma_{ij}^K \right] = 0 \forall x_k \in K, \quad (33)$$

где  $\sigma_{3j}^K = e_{k3j} \left( \frac{\partial \Phi^*}{\partial x_k} \right)$ ,  $\sigma_{ij}^K = e_{kij} \left( \frac{\partial \Phi^*}{\partial x_k} \right)$  – поверхностные плотности сил Кулона электрического поля внешнего источника или, что то же самое, напряжения Кулона.

Таким образом, нулевое приближение к точным значениям компонентов вектора смещения материальных частиц пьезоэлектрика формируется решением граничной задачи (31)–(33). По физическому содержанию эта граничная задача динамической теории упругости является задачей о возбуждении гармонических колебаний пьезоэлектрического элемента системой объемных ( $f_i^K$ ) и поверхностных ( $\sigma_{ij}^K$ ) нагрузок. Следует подчеркнуть, что при полном электродировании поверхностей пьезоэлементов и даже в случае разрезных электродов объемная плотность сил Кулона равна нулю и возбуждение упругих колебаний в таких пьезоэлементах осуществляется поверхностными нагрузками  $\sigma_{ij}^K$ .

После решения граничной задачи (31)–(33) определяется нулевое приближение к точному значению скалярного потенциала внутреннего электрического поля. При этом уравнение (20) записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial x_2^2} + \xi^2 \frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial x_3^2} = -\frac{\rho_{пз}^{(0)}}{\chi_1^E}, \quad (34)$$

где  $\rho_{пз}^{(0)} = e_{mij} \frac{\partial^2 u_i^{(0)}}{\partial x_m \partial x_j}$  – нулевое приближение к точно-

му значению объемной плотности поляризационного электрического заряда в объеме деформируемого пьезоэлектрика. Общее решение уравнения Пуассона (34), т. е. функция  $\Phi^{(0)}(x_k)$ , должно удовлетворять граничным условиям (23)–(29).

После определения нулевого приближения  $\Phi^{(0)}(x_k)$  выполняется расчет поправки  $\Delta u_\ell^{(1)}$ . Для этого в уравнение (19) подставляются значения  $\bar{u}(x_k) \approx \bar{u}^{(0)}(x_k) + \Delta \bar{u}^{(0)}(x_k)$  и  $\Phi(x_k) \approx \Phi^{(0)}(x_k)$ . Уравнение (19) принимает следующий вид

$$c_{ijk\ell}^E \frac{\partial^2 \Delta u_\ell^{(1)}}{\partial x_k \partial x_j} + \rho_0 \omega^2 \Delta u_\ell^{(1)} = f_i^{(0)}, \quad (35)$$

где  $\Delta u_\ell^{(1)}$  и  $\Delta u_i^{(1)}$  – поправки первого порядка к нулевым приближениям  $u_\ell^{(0)}$  и  $u_i^{(0)}$  точных значений компонентов  $u_\ell(x_k)$  и  $u_i(x_k)$  вектора смещений материальных частиц пьезоэлектрика;  $f_i^{(0)} = e_{kij} \frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial x_k \partial x_j}$  – нулевое при-

ближение к точному значению  $i$ -го компонента вектора объемной плотности сил Кулона, которые формируются внутренним электрическим полем в объеме деформируемого пьезоэлектрика.

Единственность решения системы уравнений (35) обеспечивается граничными условиями, которые записываются следующим образом:

$$\left[ c_{3jk\ell}^E \frac{\partial \Delta u_\ell^{(1)}}{\partial x_k} - \sigma_{3j}^{(0)} \right]_{x_3 = \pm a} = 0 \quad \forall (x_1, x_2) \in S_K, \quad (36)$$

$$n_i \left[ c_{ijk\ell}^E \frac{\partial \Delta u_\ell^{(1)}}{\partial x_k} - \sigma_{ij}^{(0)} \right] = 0 \quad \forall x_k \in K, \quad (37)$$

где  $\sigma_{3j}^{(0)} = e_{k3j} \left( \partial \Phi^{(0)} / \partial x_k \right)$ ,  $\sigma_{ij}^{(0)} = e_{kij} \left( \partial \Phi^{(0)} / \partial x_k \right)$  – нулевые приближения к точным значениям поверхностных плотностей сил Кулона, которые формируются внутренним электрическим полем в объеме колеблющегося пьезоэлектрического элемента.

Следует особо подчеркнуть, что граничная задача (35)–(37) решается по той же самой схеме, по которой была решена граничная задача (31)–(33). Это означает, что после построения аналитического выражения для  $\bar{u}^{(0)}(x_k)$ , т. е. для нулевого приближения к точному значению вектора смещения материальных частиц пьезоэлектрического элемента, не нужно заново конструировать общие решения для поправки  $\Delta \bar{u}^{(1)}(x_k)$  первого порядка и для поправок  $\Delta \bar{u}^{(v)}(x_k)$  всех последующих порядков. Для получения численных значений поправок  $\Delta \bar{u}^{(v)}(x_k)$  необходимо только лишь подставлять в общие решения граничной задачи (31)–(33) соответствующие значения объемных и поверхностных плотностей сил Кулона, которые формируются внутренним электричес-

ким полем в объеме колеблющегося пьезоэлектрического элемента.

Получив первое приближение  $\bar{u}^{(1)}(x_k) = \bar{u}^{(0)}(x_k) + \Delta \bar{u}^{(1)}(x_k)$  к точному значению вектора смещения материальных частиц, можно выполнить оценку поправки  $\Delta \Phi^{(1)}(x_k)$  к точному значению  $\Phi(x_k)$  скалярного потенциала внутреннего электрического поля. Подставляя значение  $\bar{u}^{(1)}(x_k) = \bar{u}^{(0)}(x_k) + \Delta \bar{u}^{(1)}(x_k)$  в уравнение (34) и полагая при этом, что  $\Phi(x_k) \approx \Phi^{(0)}(x_k) + \Delta \Phi^{(1)}(x_k)$ , получаем уравнение Пуассона для определения поправки  $\Delta \Phi^{(1)}(x_k)$ :

$$\frac{\partial^2 \Delta \Phi^{(1)}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \Delta \Phi^{(1)}}{\partial x_2^2} + \xi^2 \frac{\partial^2 \Delta \Phi^{(1)}}{\partial x_3^2} = -\frac{\Delta \rho_{пз}^{(1)}}{\chi_1^\varepsilon}, \quad (38)$$

где  $\Delta \rho_{пз}^{(1)} = e_{mij} \frac{\partial^2 \Delta u_i^{(1)}}{\partial x_m \partial x_j}$  – поправка первого порядка к

нулевому приближению точного значения объемной плотности поляризованного заряда в объеме деформируемого пьезоэлектрика. Единственность решения уравнения (38) обеспечивается граничными условиями (23)–(29).

Вновь, как и при определении поправки  $\Delta \bar{u}^{(1)}(x_k)$ , можно сделать очевидный вывод. Для получения поправки  $\Delta \Phi^{(1)}(x_k)$  как, очевидно, и всех последующих поправок  $\Delta \Phi^{(v)}(x_k)$ , нет необходимости в новом решении уравнения (38) и в последующем удовлетворении граничных условий (23)–(29). Для определения поправки  $\Delta \Phi^{(1)}(x_k)$  необходимо и достаточно подставить в общее решение уравнения (34) вместо объемной плотности  $\rho_{пз}^{(0)}$  величину  $\Delta \rho_{пз}^{(1)}$ . Очевидно, что поправка  $v$ -го порядка, т. е. величина  $\Delta \Phi^{(v)}(x_k)$ , определяется общим решением уравнения (34), в правой части которого записывается поправка  $\Delta \rho_{пз}^{(v)}(x_k)$ .

Приближенное вычисление компонентов вектора смещения и скалярного потенциала внутреннего электрического поля составляет содержание второй вычислительной процедуры при математическом моделировании процессов, которые развиваются в объеме пьезоэлектрического элемента с частичным электродированием поверхностей.

Результаты, которые получаются после выполнения первой и второй вычислительных процедур, т. е. расчетные формулы для потенциала  $\Phi^*(x_k)$  электрического поля, созданного в объеме пьезоэлектрического элемента генератором электрических сигналов, для скалярного потенциала  $\Phi(x_k)$  внутреннего электрического поля и вектора смещения  $\bar{u}(x_k)$  материальных частиц, линей-

но зависят от электрического потенциала  $U_0$ , который существует на электродированной поверхности  $S_1$ . Из сказанного выше следует, что эти расчетные соотношения можно представить в следующем виде:

$$\Phi^*(x_k) = U_0 \tilde{\Phi}^*(x_k, \Pi), \quad \Phi(x_k) = U_0 \tilde{\Phi}(x_k, \omega, \Pi), \quad (39)$$

$$u_\ell(x_k) = U_0 \frac{e_{33}}{c_{33}^E} \tilde{u}_\ell(x_k, \omega, \Pi), \quad (40)$$

где  $\tilde{\Phi}^*(x_k, \Pi)$ ,  $\tilde{\Phi}(x_k, \omega, \Pi)$  и  $\tilde{u}_\ell(x_k, \omega, \Pi)$  – безразмерные функции координат точки наблюдения и набора физико-механических и геометрических (символ  $\Pi$  в списке аргументов) параметров пьезоэлектрического элемента; конструкция правой части выражения (40) обусловлена размерностью входящих в нее величин.

Поскольку потенциал  $U_0 \neq U_\Gamma$ , т. е. потенциал  $U_0$  фактически является неопределенной величиной, постольку третья и последняя вычислительная процедура имеет своей целью определение амплитудного значения потенциала на электродированной поверхности пьезоэлектрического элемента.

Очевидно, что влияние пьезоэлектрического элемента на амплитуду электрического тока в проводнике, который соединяет его с генератором электрических сигналов, можно описать с помощью электрического импеданса  $Z_{эл}(\omega)$  пьезоэлектрического элемента. Электрический импеданс  $Z_{эл}(\omega)$  должен удовлетворять основным положениям и определениям теоретической электротехники и, стало быть, закону Ома для участка электрической цепи, т. е.

$$Z_{эл}(\omega) = \frac{U_0}{I}, \quad (41)$$

где  $I$  – амплитуда электрического тока в проводниках, которые подключаются к электродированным участкам поверхности пьезоэлектрического элемента (рис. 1). Сила тока, или амплитудное значение  $I$ , прямо пропорциональна скорости изменения во времени электрического заряда  $Q$  на электродированной поверхности пьезоэлектрического элемента. При гармоническом изменении во времени по закону  $e^{i\omega t}$  амплитуда  $I$  определяется следующим образом:

$$I = -i\omega Q_1 = -i\omega Q_2, \quad (42)$$

где  $Q_1$  и  $Q_2$  – амплитудные значения электрических зарядов на поверхностях  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 1).

Амплитудное значение электрического заряда  $Q_1$  определяется следующим образом:

$$Q_1 = \iint_{S_1} D_3(x_1, x_2, \alpha) dS_1 = \iint_{S_1} \left[ e_{3ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \chi_{3j}^\varepsilon \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} + \frac{\partial \Phi^*}{\partial x_j} \right) \right]_{x_3 = \alpha},$$

$$dS_1 = U_0 \iint_{S_1} \left[ e_{3ij} \frac{e_{33}}{c_{33}^E} \frac{\partial \tilde{u}_i(x_k, \omega, \Pi)}{\partial x_j} + \chi_{3j}^\varepsilon \left( \frac{\partial \tilde{\Phi}(x_k, \omega, \Pi)}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{\Phi}^*(x_k, \Pi)}{\partial x_j} \right) \right]_{x_3 = \alpha}, \quad dS_1 = U_0 C^\varepsilon(\omega, \Pi). \quad (43)$$

Таким образом,  $I = -i\omega U_0 C^\varepsilon(\omega, \Pi)$  и электрический импеданс пьезоэлектрического элемента

$$Z_{эл}(\omega) = -\frac{1}{i\omega C^\varepsilon(\omega, \Pi)}. \quad (44)$$

Из схемы подключения генератора электрических сигналов (рис. 1) следует, что

$$U_0 = \frac{U_\Gamma Z_{эл}(\omega)}{Z_\Gamma + Z_{эл}(\omega)} = \frac{U_\Gamma}{1 - i\omega Z_\Gamma C^\varepsilon(\omega, \Pi)}, \quad (45)$$

где  $C^\varepsilon(\omega, \Pi)$  определена двойным интегралом в формуле (43).

Вычисление электрического потенциала  $U_0$  является содержанием третьей вычислительной процедуры при математическом моделировании пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхностей.

После выполнения третьей и последней вычислительной процедуры можно записать выражение для расчета смещений материальных частиц пьезоэлектрического элемента в следующем, окончательном, виде:

$$u_\ell(x_k) = \frac{e_{33} U_\Gamma}{c_{33}^E [1 - i\omega Z_\Gamma C^\varepsilon(\omega, \Pi)]} \tilde{u}_\ell(x_k, \omega, \Pi). \quad (46)$$

Выражение (46) является математической моделью динамического напряженно-деформированного состояния пьезоэлектрического элемента с частичным электродированием поверхности и является ключевым соотношением для количественных оценок передаточных характеристик пьезоэлемента при любых вариантах его функционального использования. Частотно-зависимая функция  $C^\varepsilon(\omega, \Pi)$  является теоретической основой для построения эквивалентных электрических схем в том смысле, в котором они были предложены в 1925–1928 гг. Вальтером Г. Кэди радиоинженерам, которые занимались расчетом и проектированием высокочастотных генераторов электрических сигналов с кварцевым резонатором в цепи стабилизации частоты генерации [6].

#### 4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Рассмотрим первую вычислительную процедуру, т. е. расчет пространственного распределения в объеме пьезоэлектрического элемента переменного электрического поля. Решение этой задачи позволяет выполнить оценку количества энергии, которая потребляется пьезоэлектрическим элементом от внешнего источника, т. е. от генератора электрических сигналов. Эта процедура является первым этапом энергосилового метода [7–10] анализа физического состояния пьезоэлектрических элементов в режиме вынужденных колебаний под действием внешнего источника электрической энергии.

Рассмотрим диск (рис. 2) из поляризованной по толщине пьезоэлектрической керамики типа ЦТС (PZT). Электрод на верхней ( $z = \alpha$ ) поверхности пьезокерамического диска (позиция 1 на рис. 2) имеет форму круга радиуса  $R_0$  с центром на оси  $Oz$  цилиндрической системы коор-

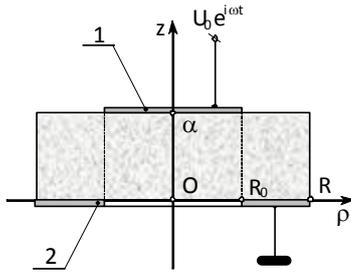


Рисунок 2 – Пьезоелектрический диск с частичным электродированием поверхностей

динат. На этот электрод подается гармонически изменяющийся во времени по закону  $e^{i\omega t}$  ( $i = \sqrt{-1}$ ) электрический потенциал  $U(t) = U_0 e^{i\omega t}$ . Электрод на нижней ( $z = 0$ ) поверхности диска (позиция 2 на рис. 2) выполнен в форме кольца с центром на оси  $Oz$ . Кольцевой электрод заземлен, т. е. его потенциал всегда равен нулю.

Исследуем характер распределения переменного электрического поля в объеме пьезокерамического диска в предположении, что внешний радиус  $R_0$  верхнего электрода совпадает с внутренним радиусом нижнего.

Итак, переменное электрическое поле в объеме пьезоэлектрического диска определяется с помощью скалярного потенциала  $\Phi^*(\rho, \varphi, z) e^{i\omega t}$ . При соосном расположении верхнего и нижнего электродов амплитудное значение скалярного потенциала зависит только от радиальной  $\rho$  и аксиальной  $z$  координаты цилиндрической системы координат. Говоря иными словами, показанная на рис. 2 электродная структура создает в объеме диска из поляризованной по толщине пьезокерамики осесимметричное переменное электрическое поле, скалярный потенциал которого определяется уравнением Лапласа следующего вида:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ \rho \frac{\partial \Phi^*(\rho, z)}{\partial \rho} \right] + \xi^2 \frac{\partial^2 \Phi^*(\rho, z)}{\partial z^2} = 0, \quad (47)$$

где  $\xi^2 = \chi_{33}^\epsilon / \chi_{11}^\epsilon$  – квадрат коэффициента анизотропии диэлектрической проницаемости поляризованной керамики.

Для упрощения последующих вычислений разобьем объем пьезокерамического диска на две области. Первую область ( $0 \leq \rho \leq R_0$ ;  $0 \leq z \leq \alpha$ ) будем называть внутренней и электрический потенциал в ее пределах будем обозначать символом  $\Phi_{(1)}^*(\rho, z)$ . Кольцевую область ( $R_0 \leq \rho \leq R$ ;  $0 \leq z \leq \alpha$ ) будем называть внешней областью или второй областью, а электрический потенциал в пределах этой области будем обозначать символом  $\Phi_{(2)}^*(\rho, z)$ .

На внешних и внутренних поверхностях внутренней и внешней областей потенциалы  $\Phi_{(1)}^*(\rho, z)$  и  $\Phi_{(2)}^*(\rho, z)$  должны удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\Phi_{(1)}^*(\rho, \alpha) = U_0 \forall \rho \in [0, R_0], \quad (48)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_{(1)}^*(\rho, z)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \forall \rho \in [0, R_0], \quad (49)$$

$$\Phi_{(1)}^*(R_0, z) - \Phi_{(2)}^*(R_0, z) = 0 \forall z \in [0, \alpha], \quad (50)$$

$$\frac{\partial \Phi_{(1)}^*(R_0, z)}{\partial z} - \frac{\partial \Phi_{(2)}^*(R_0, z)}{\partial z} = 0 \forall z \in [0, \alpha], \quad (51)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_{(1)}^*(\rho, z)}{\partial \rho} \right|_{\rho=R_0} - \left. \frac{\partial \Phi_{(2)}^*(\rho, z)}{\partial \rho} \right|_{\rho=R_0} = 0 \forall z \in [0, \alpha], \quad (52)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_{(2)}^*(\rho, z)}{\partial z} \right|_{z=\alpha} = 0 \forall \rho \in [R_0, R], \quad (53)$$

$$\Phi_{(2)}^*(\rho, 0) = 0 \forall \rho \in [R_0, R], \quad (54)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_{(2)}^*(\rho, z)}{\partial \rho} \right|_{\rho=R} = 0 \forall z \in [0, \alpha]. \quad (55)$$

Условия (49), (53) и (55) являются приближенными [3] и выполняются тем точнее, чем больше диэлектрические проницаемости  $\chi_{33}^\epsilon$  и  $\chi_{11}^\epsilon$  отличаются от диэлектрической проницаемости вакуума  $\chi_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. Поскольку диэлектрические проницаемости  $\chi_{33}^\epsilon$  и  $\chi_{11}^\epsilon$  более чем на три порядка превосходят диэлектрическую проницаемость окружающей пьезокерамический диск среды, постольку эти граничные условия можно рассматривать как практически точные. Условия (50)–(52) имеют смысл условий сшивания решений уравнения (47) на границе  $\rho = R_0$  внутренней и внешней областей.

Решение уравнения (47) как во внешней, так и во внутренней областях, будем искать по стандартной технологии разделения переменных [11], т. е. будем полагать, что

$$\Phi_{(k)}^*(\rho, z) = R^{(k)}(\rho) Z^{(k)}(z), \quad k = 1, 2, \quad (56)$$

где  $R^{(k)}(\rho)$  и  $Z^{(k)}(z)$  функции, зависящие только от радиальной и аксиальной координаты, соответственно.

Подставляя предполагаемый вид решения (56) в уравнение (47), получаем возможность записать его в следующем виде:

$$\frac{1}{R^{(k)}(\rho)} \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial R^{(k)}(\rho)}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 R^{(k)}(\rho)}{\partial \rho^2} \right] = \frac{\xi^2}{Z^{(k)}(z)} \frac{\partial^2 Z^{(k)}(z)}{\partial z^2}. \quad (57)$$

Равенство (57) может выполняться при произвольных значениях переменных  $\rho$  и  $z$  только в одном случае, когда его левая и правая части не зависят от  $\rho$  и  $z$ , соответственно, и обе равны одной и той же константе, которая называется константой разделения [11]. Выбор константы разделения в значительной мере предопределяется физическим содержанием решаемой задачи. Обозначим, для удобства

последующих записей константу разделения символом  $\beta^2$ . При этом из уравнения (57) следуют два обыкновенных дифференциальных уравнения следующего вида:

$$\frac{1}{R^{(k)}(\rho)} \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial R^{(k)}(\rho)}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 R^{(k)}(\rho)}{\partial \rho^2} \right] = \beta^2, \quad (58)$$

$$-\frac{\xi^2}{Z^{(k)}(z)} \frac{\partial^2 Z^{(k)}(z)}{\partial z^2} = \beta^2. \quad (59)$$

Обилие граничных условий (см. соотношения (48)–(55)) требует соответствующего набора констант в общих решениях  $\Phi_{(k)}^*(\rho, z)$ . Обеспечить соответствующее количество констант можно следующим образом.

Рассмотрим внутреннюю область ( $k = 1$ ).

Если в уравнениях (58) и (59) определить параметр  $\beta$  как действительное число  $\beta_1$ , то получаем следующее выражение для скалярного потенциала:

$$\Phi_{(11)}^*(\rho, z) = I_0(\beta_1 \rho) [A_1 \cos(\lambda_1 z) + B_1 \sin(\lambda_1 z)], \quad (60)$$

где  $I_0(\beta_1 \rho)$  – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка;  $A_1$  и  $B_1$  – константы;  $\lambda_1 = \beta_1/\xi$ ;  $\beta_1$  – подлежащее определению действительное число.

Предположим теперь, что параметр  $\beta$  является мнимым числом  $i\beta_2$ , т. е.  $\beta^2 = -\beta_2^2$ . Тогда из уравнений (58) и (59) получаем следующее выражение для расчета скалярного потенциала внутренней области дискового пьезоэлемента:

$$\Phi_{(12)}^*(\rho, z) = J_0(\beta_2 \rho) [A_2 \text{ch}(\lambda_2 z) + B_2 \text{sh}(\lambda_2 z)], \quad (61)$$

где  $J_0(\beta_2 \rho)$  – функция Бесселя нулевого порядка;  $A_2$  и  $B_2$  – константы;  $\lambda_2 = \beta_2/\xi$ ;  $\beta_2$  – подлежащее определению число. Очевидно, что суперпозиция общих решений  $\Phi_{(11)}^*(\rho, z)$  и  $\Phi_{(12)}^*(\rho, z)$  также является общим решением уравнения (47), т. е.

$$\Phi_{(1)}^*(\rho, z) = \Phi_{(11)}^*(\rho, z) + \Phi_{(12)}^*(\rho, z). \quad (62)$$

Из граничного условия (49) следует, что

$$\lambda_1 I_0(\beta_1 \rho) B_1 + \lambda_2 J_0(\beta_2 \rho) B_2 = 0 \quad \forall \rho \in [0, R_0]. \quad (63)$$

Если положить константы  $B_1 = B_2 = 0$ , то равенство (63) и, соответственно, граничное условие (49), будут выполняться автоматически.

Поскольку числа  $\beta_1$  и  $\beta_2$  могут назначаться по произволу расчетчика, постольку их определим так, чтобы выполнялись следующие условия:

$$\cos(\lambda_1 \alpha) = 0, \quad (64)$$

$$J_0(\beta_2 R_0) = 0. \quad (65)$$

Из условий (64) и (65) следует, что

$$\beta_1 = \beta_n = \frac{\pi}{2\alpha} (1 + 2n)\xi, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (66)$$

$$\beta_2 = q_m/R_0, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (67)$$

где  $q_m$  –  $m$ -й корень уравнения  $J_0(x) = 0$ . Первые пять корней этого уравнения имеют следующие числовые значения:  $q_1 = 2,404826$ ,  $q_2 = 5,520078$ ,  $q_3 = 8,653728$ ,  $q_4 = 11,791534$  и  $q_5 = 14,930918$ . Легко заметить, что  $q_m - q_{m-1} \approx \pi$ , при этом приближенное равенство выполняется тем точнее, чем больше  $m$  номер корня.

Так как собственные числа  $\beta_k$  и  $\lambda_k$  ( $k = 1, 2$ ) образуют бесконечные множества, то им должны соответствовать бесконечные множества констант  $A_{1n}$  и  $A_{2m}$ . При этом выражение для расчета скалярного потенциала  $\Phi_{(1)}^*(\rho, z)$  принимает следующий вид:

$$\Phi_{(1)}^*(\rho, z) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{1n} I_0(\beta_n \rho) \cos\left[\frac{\pi z}{2\alpha} (1 + 2n)\right] + \sum_{m=1}^{\infty} A_{2m} J_0\left(\frac{q_m \rho}{R_0}\right) \text{ch}(\lambda_m z), \quad (68)$$

где  $\lambda_m = q_m/(\xi R_0)$ .

При  $z = \alpha$  должно выполняться граничное условие (49). Подставляя  $z = \alpha$  в расчетную формулу (68), получаем

$$\sum_{m=1}^{\infty} A_{2m} J_0\left(\frac{q_m \rho}{R_0}\right) \text{ch}(\lambda_m \alpha) = U_0. \quad (69)$$

Функции Бесселя  $J_0(q_m \rho/R_0)$  на интервале  $0 \leq \rho \leq R_0$  образуют систему ортогональных функций, т. е. существует интеграл [12] следующего вида:

$$\int_0^{R_0} \rho J_0(q_m \rho/R_0) J_0(q_p \rho/R_0) d\rho = \begin{cases} 0, & \forall m \neq p; \\ R_0^2 J_1^2(q_m)/2, & m = p, \end{cases} \quad (70)$$

где  $J_1(q_m)$  – функция Бесселя первого порядка. Используя свойство ортогональности (70), из уравнения (69) получаем следующие значения коэффициентов  $A_{2m}$ :

$$A_{2m} = U_0 \tilde{A}_{2m}(q_m), \quad (71)$$

где безразмерный множитель  $\tilde{A}_{2m}(q_m)$  определяется следующим выражением:

$$\tilde{A}_{2m}(q_m) = \frac{2}{q_m J_1(q_m) \text{ch}\left(\frac{q_m \alpha}{\xi R_0}\right)}. \quad (72)$$

## 5 РЕЗУЛЬТАТЫ

В таблице 1 приведены результаты расчетов безразмерных весовых множителей  $\tilde{A}_{2m}(q_m)$  для первых двадцати корней уравнения  $J_0(x) = 0$ . При выполнении вычислений коэффициент анизотропии  $\xi = \sqrt{\chi_{33}^{\epsilon}/\chi_{11}^{\epsilon}}$  ди-

электрической проницаемости поляризованной пьезо-керамики принят равным единице, т. е. принято, что  $\chi_{33}^e/\chi_{11}^e = 1$ . В действительности для пьезокерамики типа ЦТС-19 коэффициент  $\xi = 0,97 \div 0,99$ . В третьей колонке табл. 1 приведены значения весового коэффициента  $\tilde{A}_{2m}^0 = 1/[q_m J_1(q_m)]$ , которые не зависят от геометрического параметра  $\alpha/R_0$ . Безразмерный весовой множитель  $\tilde{A}_{2m}(q_m)$  рассчитывался при различных значениях параметра  $\alpha/R_0$ , что указано в заголовках соответствующих колонок табл. 1.

**6 ОБСУЖДЕНИЕ**

Предложена схема решения задачи для случая, когда расположенные на торцевых поверхностях диска электроды имеют форму соосно расположенных круга и кольца, причем наружный радиус кольца равен радиусу диэлектрического диска, а радиус круга совпадает с внутренним радиусом кольца.

Предложенная схема решения задачи использует метод последовательных приближений, что позволяет получить аналитические выражения для расчета коэффициентов в математическом описании потенциала электрического поля в объеме диска с анизотропной диэлектрической проницаемостью.

**ВЫВОДЫ**

В работе решена актуальная задача определения вычислительных процедур, которые позволяют выполнить оценку параметров напряженно-деформированного состояния и передаточных характеристик пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхностей.

Научная новизна результатов, полученных в статье, состоит в том, что впервые предлагается последовательность вычислительных процедур, которая позволяет при расчете передаточных характеристик учитывать полный набор физико-механических и геометрических параметров пьезоэлектрического элемента и конечное значение выходного электрического импеданса генератора электрических

сигналов, а также впервые предлагается методика, которая позволяет выполнить адекватную реальной ситуации оценку эффекта связности упругих и электрических полей в случае их произвольного распределения в объеме колеблющегося пьезоэлектрического элемента. Сформулированный полный набор граничных задач технической электродинамики и динамической теории упругости представляет собой математическое содержание энергосилового метода анализа физического состояния пьезоэлектрических элементов в режиме вынужденных колебаний под действием внешнего источника электрической энергии.

Практическая значимость полученных результатов заключается в том, что предложенная последовательность вычислительных процедур может быть рекомендована в качестве основы расчета характеристик пьезоэлектрических элементов с частичным электродированием поверхности и микроэлектромеханических структур.

Перспективы дальнейших исследований состоят в определении процедуры расчета амплитудного значения потенциала на поверхности дискового пьезоэлектрического элемента с частичным электродированием.

**БЛАГОДАРНОСТИ**

Работа выполнена в рамках госбюджетной научно-исследовательской темы Черкасского государственного технологического университета «Разработка новой технологии проектирования и создания на ее основе малогабаритных низкочастотных пьезоэлектрических преобразователей для гидроакустики, электроакустики, компьютерной техники, приборостроения» (№ гос. регистрации 0113U003349).

**СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ**

1. Варадан В. ВЧ МЭМС и их применение / В. Варадан, К. Виной, К. Джозе. – М. : Техносфера, 2004. – 528 с.
2. Ананьева А. А. К расчету поршневого пьезоэлектрического излучателя без учета внутренних потерь / А. А. Ананьева // Акустический журнал. – 1958. – Т. 4, № 3. – С. 223–232.
3. Механика связанных полей в элементах конструкций. Т. 5. Электроупругость / В. Т. Гринченко, А. Ф. Улитко, Н. А. Шульга. – К. : Наук. думка, 1989. – 280 с.
4. Тамм И. Е. Основы теории электричества / И. Е. Тамм. – М. : Наука, 1976. – 616 с.

Таблица 1 – Результаты экспериментов

m	q <sub>m</sub>	$\tilde{A}_{2m}^0$	$\tilde{A}_{2m}(q_m)$			
			$\alpha/R_0 = 0,1$	$\alpha/R_0 = 0,2$	$\alpha/R_0 = 0,4$	$\alpha/R_0 = 0,8$
1	2	3	4	5	6	7
1	2,404826(00)	1,601975(00)	1,556743(00)	1,433008(00)	1,068376(00)	4,581400(-01)
2	5,520078(00)	-1,064799(00)	-9,208959(-01)	-6,361205(-01)	-2,312844(-01)	-2,572544(-02)
3	8,653728(00)	8,513992(-01)	6,088411(-01)	2,924759(-01)	5,338622(-02)	1,677065(-03)
4	1,179153(01)	-7,296452(-01)	-4,100099(-01)	-1,367963(-01)	-1,305292(-02)	-1,167732(-04)
5	1,493092(01)	6,485236(-01)	2,774129(-01)	6,530816(-02)	3,305117(-03)	8,422161(-06)
6	1,807106(01)	-5,895428(-01)	-1,884451(-01)	-3,173932(-02)	-8,556177(-04)	-6,208900(-07)
7	2,121164(01)	5,441802(-01)	1,286367(-01)	1,564097(-02)	2,248713(-04)	4,646171(-08)
8	2,435247(01)	-5,078936(-01)	-8,828160(-02)	-7,790196(-03)	-5,975099(-05)	-3,514693(-09)
9	2,749348(01)	4,780125(-01)	6,090726(-02)	3,912089(-03)	1,600895(-05)	2,680750(-10)
10	3,063461(01)	-4,528506(-01)	-4,222733(-02)	-1,977401(-03)	-4,317264(-06)	-2,057938(-11)
11	3,377582(01)	4,312839(-01)	2,940508(-02)	1,004760(-03)	1,170395(-06)	1,588077(-12)
12	3,691710(01)	-4,125307(-01)	-2,055546(-02)	-5,127524(-04)	-3,186614(-07)	-1,230758(-13)
13	4,005843(01)	3,960282(-01)	1,441773(-02)	2,626185(-04)	8,707525(-08)	9,572677(-15)
14	4,319979(01)	-3,813595(-01)	-1,014249(-02)	-1,349206(-04)	-2,386668(-08)	-7,468262(-16)
15	4,634119(01)	3,682084(-01)	7,153367(-03)	6,949911(-05)	6,558958(-09)	5,841790(-17)
16	4,948261(01)	-3,563301(-01)	-5,056596(-03)	-3,588208(-05)	-1,806645(-09)	-4,579974(-18)
17	5,262405(01)	3,455318(-01)	3,581565(-03)	1,856312(-05)	4,986362(-10)	3,597905(-19)
18	5,576551(01)	-3,356591(-01)	-2,541305(-03)	-9,620500(-06)	-1,378691(-10)	-2,831427(-20)
19	5,890698(01)	3,265869(-01)	1,806041(-03)	4,993823(-06)	3,818014(-11)	2,231754(-21)
20	6,204847(01)	-3,182126(-01)	-1,285331(-03)	-2,595887(-06)	-1,058825(-11)	-1,761575(-22)

Примечание. Запись 1,856312(-05) эквивалентна записи 1,856312×10<sup>-5</sup>

5. Петрищев О. Н. Гармонические колебания пьезокерамических элементов. Ч. 1. Гармонические колебания пьезокерамических элементов в вакууме и метод резонанса – антирезонанса / О. Н. Петрищев. – К. : Аверс, 2012. – 300 с.
6. Кэди У. Пьезоэлектричество и его практическое применение / У. Кэди. – М. : Изд-во иностранной литературы, 1949. – 720 с.
7. Sharapov V. Piezoceramic sensors / V. Sharapov. – Heidelberg, Dordrecht, London, New York : Springer Verlag, 2011. – 498 p.
8. Шарапов В. М. Пьезоэлектрические датчики / В. М. Шарапов, М. П. Мусиенко, Е. В. Шарапова. – М. : Техносфера, 2006. – 632 с.
9. Sharapov V. Piezoelectric electroacoustic transducers / V. Sharapov, Zh. Sotula, L. Kunitskaya. – Heidelberg, Dordrecht, London, New York: Springer Verlag, 2013. – 240 p.
10. Шарапов В. М. Электроакустические преобразователи / В. М. Шарапов, И. Г. Минаев, Ж. В. Сотула, Л. Г. Куницкая. – М.: Техносфера, 2013. – 280 с.
11. Кошляков Н. С. Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – М. : Высшая школа, 1970. – 712 с.
12. Прудников А. П. Интегралы и ряды. Специальные функции / А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев. – М. : Наука, 1983. – 752 с.

Статья поступила в редакцию 08.09.2014.  
После доработки 27.01.2015.

Петрищев О. М.<sup>1</sup>, Шарапов В. М.<sup>2</sup>, Сотула Ж. В.<sup>3</sup>, Базіло К. В.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Д-р техн. наук, професор, професор кафедри акустики та акустоелектроніки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», Київ, Україна

<sup>2</sup>Д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри комп'ютеризованих та інформаційних технологій в приладобудуванні Черкаського державного технологічного університету, Черкаси, Україна

<sup>3</sup>Канд. техн. наук, доцент кафедри комп'ютеризованих та інформаційних технологій в приладобудуванні Черкаського державного технологічного університету, Черкаси, Україна

<sup>4</sup>Канд. техн. наук, доцент кафедри комп'ютеризованих та інформаційних технологій в приладобудуванні Черкаського державного технологічного університету, Черкаси, Україна

### ПРИНЦИПИ РОЗРАХУНКУ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ З ЧАСТКОВО ЕЛЕКТРОДОВАНИМИ ПОВЕРХНЯМИ

Вирішена актуальна задача визначення обчислювальних процедур, які дозволяють виконати оцінку параметрів напружено-деформованого стану та передаточних характеристик п'єзоелектричних елементів з частковим електродуванням поверхонь. Запропонована послідовність обчислювальних процедур, яка дозволяє при розрахунку передаточних характеристик враховувати повний набір фізико-механічних і геометричних параметрів п'єзоелектричного елемента і кінцеве значення вихідного електричного імпедансу генератора електричних сигналів. Запропоновано методику, яка дозволяє виконати адекватну реальній ситуації оцінку ефекту зв'язності пружних і електричних полів у разі їх довільного розподілу в об'ємі п'єзоелектричного елемента, який здійснює коливання. Сформульований повний набір граничних задач технічної електродинаміки та динамічної теорії пружності являє собою математичний зміст енергосилового методу аналізу фізичного стану п'єзоелектричних елементів в режимі вимушених коливань під дією зовнішнього джерела електричної енергії. Запропонована послідовність обчислювальних процедур може бути рекомендована в якості основи розрахунку характеристик п'єзоелектричних елементів з частковим електродуванням поверхні і мікроелектромеханічних структур.

**Ключові слова:** часткове електродування поверхонь п'єзоелемента, мікроелектромеханічні структури.

Petrishchev O. N.<sup>1</sup>, Sharapov V. M.<sup>2</sup>, Sotula Zh. V.<sup>3</sup>, Bazilo K. V.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Dr.Sc., Professor, Professor of department of acoustics and acoustoelectronics, National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine

<sup>2</sup>Dr.Sc., Professor, Head of Instrument Making Department, Cherkasy State Technological University, Cherkasy, Ukraine

<sup>3</sup>PhD, Associate Professor of Instrument Making Department, Cherkasy State Technological University, Cherkasy, Ukraine

<sup>4</sup>PhD, Associate Professor of Instrument Making Department, Cherkasy State Technological University, Cherkasy, Ukraine

### PRINCIPLES OF CALCULATION OF THE PIEZOELECTRIC ELEMENTS WITH SURFACES PARTIAL ELECTRODES COVERING

The sequence of computational procedures, which allows when calculating transfer characteristics to use the full range of physical, mechanical and geometrical parameters of the piezoelectric element and the final value of the output electric impedance of the electrical signals generator, is proposed. The method, which allows you to perform the real situation adequate assessment of the connectivity effect of elastic and electric fields in the case of their arbitrary distribution in the volume of vibrating piezoelectric element, is proposed. The formulated complete set of boundary problems of technical electrostatics and elasticity dynamic theory is the mathematical content of the energy-power method of the piezoelectric elements physical state analysis in the regime of forced oscillations under the influence of the electrical energy external source. The proposed sequence of computational procedures can be recommended as a theoretical basis for characteristics calculating of the piezoelectric elements with partial surfaces covering by electrodes and microelectromechanical structures.

**Keywords:** piezoelectric element surfaces partial electrodes covering, microelectromechanical structures.

### REFERENCES

1. Varadan V., Vinoj K., Dzhoze K. VCh ME'MS i ix primeneniye. Moscow, Texnosfera, 2004, 528 p.
2. Anan'eva A. A. K raschetu porshnevogo p'ezoe'lektricheskogo izluchatelya, *Akusticheskij zhurnal*, 1958, vol. 4, No. 3, pp. 223–232.
3. Grinchenko V. T., Ulitko A. F., Shul'ga N. A. Mexanika svyazannyx polej v e'lementax konstrukcij. Vol. 5. E'lektroprugost'. Kiev, Nauk. dumka, 1989, 280 p.
4. Tamm I. E. Osnovy teorii e'lektricheskogo stva. Moscow, Nauka, 1976, 616 p.
5. Petrishchev O. N. Garmonicheskie kolebaniya p'ezokeramicheskix e'lementov. Ch 1. Garmonicheskie kolebaniya p'ezokeramicheskix e'lementov v vakuumе i metod rezonansa – antirezonzansa. Kiev, Avers, 2012, 300 p.
6. Ke'di U. P'ezoe'lektrichestvo i ego prakticheskoe primeneniye. Moscow, Izd-vo inostrannoij literatury, 1949, 720 p.
7. Sharapov V. Piezoceramic sensors. Heidelberg, Dordrecht, London, New York, Springer Verlag, 2011, 498 p.
8. Sharapov V. M., Musienko M. P., Sharapova E. V. P'ezoe'lektricheskije datchiki. Moscow, Texnosfera, 2006, 632 p.
9. Sharapov V., Sotula Zh., Kunitskaya L. Piezoelectric electroacoustic transducers. Heidelberg, Dordrecht, London, New York, Springer Verlag, 2013, 240 p.
10. Sharapov V. M., Minaev I. G., Sotula Zh. V., Kunitskaya L. G. E'lektricheskije preobrazovateli. Moscow, Texnosfera, 2013, 280 p.
11. Koshlyakov N. S., Gliner E'. B., Smirnov M. M. Uravneniya v chastny'x proizvodny'x matematicheskoi fiziki. Moscow, Vy'sshaya shkola, 1970, 712 p.
12. Prudnikov A. P., Bry'chkov Yu. A., Marichev O. I. Integraly' i ryady'. Special'ny'e funkcii. Moscow, Nauka, 1983, 752 p.

# МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

### MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELLING

УДК 681.3.06

Переварюха А. Ю.

Канд. техн. наук, старший научный сотрудник Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации РАН,  
Санкт-Петербург, Россия

#### КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОПУЛЯЦИЙ ОСЕТРОВЫХ КАСПИЯ С ДВУМЯ ВИДАМИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ АПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

В статье предложена оригинальная компьютерная модель жизненного цикла популяции осетровых рыб Каспийского моря, включенных в «Красную книгу» с 2010 г. В модели реализована событийно-стадийная вычислительная структура, которая включает непрерывные и дискретные составляющие времени. Особенности динамики модели рассмотрены на основе численного решения конечной последовательности задач Коши для системы дифференциальных уравнений убыли численности особей поколений. Получена интересующая ихтиологов функциональная зависимость, которая имеет два локальных экстремума. Установлены возможность притяжения траектории к двум аттракторам и появление переходного аperiodического режима. После бифуркации исчезновения двух нетривиальных стационарных точек возникает интервальный аттрактор. Для данного типа аттрактора по классификации Гукенхаймера наблюдается явление граничного кризиса, что для популяций осетровых рыб интерпретируется как угрожающее их существованию событие.

**Ключевые слова:** компьютерная модель биологических процессов, гибридная система, переходный хаос, бифуркация, вычислительный эксперимент.

#### НОМЕНКЛАТУРА

$a$  – параметр репродуктивного потенциала;  
 $b$  – показатель действия лимитирующих факторов;  
 $g$  – параметр объема доступных кормовых ресурсов;  
 $l$  – поправка в ограничении скорости развития не связанной с плотностью;  
 $N(t)$  – текущая численность поколения;  
 $K$  – критическая биомасса нерестового запаса;  
 $R$  – пополнение популяции данного сезона;  
 $S$  – нерестующий запас рыб;  
 $U(S)$  – функционал действия эффекта Олли;  
 $c$  – определяет степень выраженности эффекта Олли;  
 $w$  – параметр скорости размерного развития молоди;  
 $w_D$  – уровень развития, достижение которого меняет действие факторов смертности;  
 $\alpha$  – коэффициент зависящей от плотности компенсационной смертности;  
 $\beta$  – коэффициент независимой от плотности убыли численности поколения;  
 $\varepsilon$  – окрестность превышения пороговых значений;  
 $\lambda$  – средняя плодовитость популяции;

$\tau$  – длительность первой критической стадии развития организма рыб.

#### ВВЕДЕНИЕ

Компьютерные методы моделирования биологических процессов развиваются в рамках нескольких отдельных междисциплинарных направлений. Изначально предложения по формализации популяционной динамики заключались в разработке систем дифференциальных уравнений с различного вида правыми частями, отражающими некоторые теоретические предположения о характере взаимодействия биомассы конкурирующих видов. В дальнейшем из-за потребности в быстром проведении расчетов популярность получили дискретные и матричные способы представления.

Интересы рационального планирования масштабной эксплуатации биоресурсов требовали актуального подхода, несвязанного с проблемами аналитического исследования решений дифференциальных уравнений, но соответствующего появившимся вычислительным мощностям.

В задачах моделирования сообществ гидробионтов в 1970-х гг. развивались алгоритмические методы, основанные на исследовании дискретных вычислительных структур с применением ЭВМ. Отечественной школой предложено значительное число разнообразных дискретных моделей для промысловой ихтиологии: В. В. Меншуткина, А. Б. Казанского, В. В. Суханова. Развитием подхода стало создание в Ленинградском институте информатики АН СССР в 1989 г. высокоуровневого языка алгоритмических сетей, предназначенного для описания процесса непрограммирующим пользователем без математической подготовки в виде ориентированного «функционального» графа операторов.

Возможности модельного описания и прогнозирования популяционных процессов столкнулись с фундаментальными проблемами теории универсальности поведения нелинейных систем [1]. Дискретно-матричные популяционные модели, ориентированные на вычислительные методы исследования, обладают нетривиальными возможностями изменения поведения с хаотическими и циклическими режимами.

В статье на основе представлений об экологических особенностях воспроизводства анадромных рыб предлагается новая вычислительная модель динамики численности, обладающая свойством взаимной трансформации двух разных видов аperiodического поведения траектории из свойств границы области притяжения аттракторов.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В основе моделей эксплуатируемых популяций рыб лежит формализация баланса воспроизводства и смертности от различных факторов. Естественная убыль на ранних этапах жизни у крупных анадромных рыб очень велика и ее изменения критически сказываются на благополучии популяции. Опыт наблюдений показал, что среднее пополнение  $R$  от величины родительского запаса  $S$  редко удовлетворительно описывается линейным или кусочно-линейным соотношением:  $R = f(S) = aS$ ,  $S < K$   $f(S) = X = cost$ ,  $S > K$ .

Пополнением будем считать численность поколения от одного нереста, дожившего до установленного момента. Для разных видов рыб этот момент может определяться достижением промысловых размеров, прохождением периода смолтификации при адаптации к морскому периоду жизни или окончанием полового созревания.

В ихтиологии возникло направление исследований, объясняющее закономерности изменения эффективности воспроизводства. Целью предыдущих исследований являлось на основе данных наблюдений определение зависимости для прогнозирования скорости восполнения промысловых запасов [2]. Обобщенная задача представляется противоречивой, т.к. очевидны различия экологических особенностей нереста разных рыб и дискуссия о ее роли при накладываемом влиянии абиотических факторов имеет долгую историю [3].

Целью данной работы является усовершенствование математических методов исследования процесса восполнения биоресурсов на основе применения современных способов организации гибридной вычислительной структуры моделей.

## 2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Концепция моделей воспроизводства заключается в описании лимитирующих факторов  $v(S)$ , действующих на нерестилищах при повышенной плотности запаса с репродуктивным потенциалом  $a$ :  $R = aS / v(S)$ . У. Рикером предложена экспоненциальная форма  $v(S) = e^{bS}$ , где  $b$  показатель действия лимитирующих факторов. Дж. Шепард обосновал применение зависимости по аналогии с логистической моделью:  $v(S) = 1 + (S / K)^b$ , где учтена критическая биомасса запаса  $K$ . Анализ моделей проводится в виде функциональных итераций  $x_{n+1} = f(x_n)$ . Для траектории итераций функции Рикера при возрастании  $a$  характерно изменение поведения от устойчивого равновесия  $R^*$  к хаосу через каскад Фейгенбаума [4]. Аналогично бифуркации удвоения периода цикла наблюдаются для модели Шепарда. Нами показано ранее, что бифуркационные параметры в двух моделях имеют противоположный смысл, что влечет проблему интерпретации результатов моделирования [5].

Аттрактор, возникающий в результате накопления каскада бифуркаций удвоения, является аналогом канторовского множества (замкнутого множества, не содержащего как внутренних, так и изолированных точек). Структурно хаотический аттрактор представляет собой результат объединения все уменьшающихся субинтервалов, которые составляют точки отрезка за исключением несчетного числа неустойчивых точек всех периодов  $2^n$  и их прообразов. Анализ образования и свойств канторовских множеств является отдельной задачей при исследовании нелинейных дискретных моделей. Теория универсальности изменения поведения отображений, удовлетворяющих критериям теоремы Д. Синжера [6] ( $SU$ -отображения), описана достаточно подробно многими авторами, например в книге [7].

Выявление свойства хаотичности важно для оценки адекватности биологических моделей. Обычно для определения хаотичности используется свойство чувствительной зависимости от начальных условий, но на основе работы [8] можно ввести критерий хаотичности отображения отрезка  $f: I \rightarrow I$  на основе топологической транзитивности: для всех открытых подмножеств  $U \subseteq V, U \neq \emptyset$  и  $Y \subseteq V, Y \neq \emptyset \exists n \geq 0$ , если выполняется  $f^n(U) \cap Y \neq \emptyset$ , то поведение хаотично.

Помимо хаотизации и соответственно эффекта экспоненциального разбегания близких траекторий в отображениях возможны другие нелинейные эффекты, связанные с окнами периодичности. Отметим, что нелинейные эффекты в динамике делают проблематичной существенную интерпретацию поведения дискретных популяционных моделей, в особенности не относящихся к  $SU$ -семейству.

Сведения о воспроизводстве севрюги на Нижней Волге [9] показали, что наблюдается выраженная неунимодальная зависимость с двумя высокими диапазонами эффективности воспроизводства, между которыми существует промежуток численности запаса, при котором для популяции характерна низкая способность к восстанов-

лению. С биологической точки зрения можно обосновать предположение, что характер зависимости является следствием различия факторов смертности на разных этапах развития молоди осетровых рыб Каспийского моря, размножающихся в бассейне Нижней Волги.

### 3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Физиологи выделяют стадии развития молоди по мере формирования органов и характера передвижения. Можно предположить, что изменения происходят по мере размерного развития за счет питания особей, скорость которого представим в уравнении обратно пропорциональной плотности:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{g}{N^k(t)+l}, k < 1. \quad (1)$$

В уравнение (1) включены параметры, ограничивающие скорость развития из-за фиксированного начального объема доступных кормовых ресурсов и поправочный коэффициент для замедления скорости развития не связанного с плотностью особей. Важнейшие изменения, как переход на активное питание и начало самостоятельной миграции можно считать событиями в динамике поколения, что позволит выделить стадии:  $D_1, D_2, D_3$ . Таким образом, имеются основания для применения гибридной структуры модели, со структурой, изменяемой при достижении некоторых выделяемых предикатами событий.

Предложение по формализации процесса формирования пополнения поколения от вылупления из икринок дифференциальным уравнением на промежутке времени  $[0, T]$  в явном виде учитывающих разные факторы смертности и ее изменение по мере развития особей:

$$\frac{dN}{dt} = \begin{cases} -(\alpha w(t)N(t) + U\beta)N(t), & t < \tau; \\ -(\alpha_1 N(\tau)/w(\tau) + \beta)N(t), & t > \tau, \quad w(t) < w_{D2}; \\ -\alpha_2 w(t)N^2(t), & w(t) < w_{D3}. \end{cases} \quad (2)$$

В модель (2) включены сразу два коэффициента: смертности, зависящей от плотности, и нейтральной убыли. Длительность первой стадии с эндогенным питанием (для севрюги в среднем составляет 8 суток). Введен условный уровень развития, при достижении которого меняется действие факторов смертности, что интерпретируется экологией обитания молоди при начале самостоятельной миграции. Логично предположить, что отрезок времени в раннем онтогенезе рыб, в котором в наиболее сильно проявляются действия факторов смертности – так называемый «интервал уязвимости», не является постоянным и может растягиваться до некоторого максимального значения при замедлении скорости размерного развития.

От абстрактного «репродуктивного потенциала» разумно перейти к естественному показателю средней плодовитости, оцениваемой по данным мониторинга, т. к. у осетровых нет половых хромосом, и дифференциация происходит эпигамно. Начальные условия для уравнений (1) и (2):  $w(0) = w_0, N(0) = \lambda S$ .

По данным о воспроизводстве волжской севрюги выявлено действие отрицательного эффекта группы (известного в литературе как «Allee effect»), когда при низкой плотности уменьшается вероятность встреч на нерестилищах, что сильно сокращает продуктивность нереста. Потому в правую часть (2) для стадии  $D_1$  вводится функция  $U(S)$ , которая быстро стремится к единице:  $E(U) = [2, 1)$ , т.к. эффект не может проявляться при исторически оптимальной для промысловой популяции численности запаса:

$$U(S) = 1 + \exp(-cS^2), \quad c < 1, \quad (3)$$

где единственный параметр определяет степень выраженности данного эффекта. Дифференциальное уравнение (1), второе уравнение в виде набора правых частей (2) с функционалом (3) позволят формировать непрерывно-дискретную вычислительную структуру.

### 4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Предложенная модель рассчитана на применение современных вычислительных средств, включающих библиотеки производительных численных методов с переменным шагом интегрирования. Тестировать пригодность численных методов для задачи работы с гибридным временем можно по появлению так называемого «эффекта Зенона», когда некорректный алгоритм останавливает время, и система будет бесконечно приближаться к точке перехода, подобно Ахиллесу, пытающемуся догнать черепаху из известной апории греческого философа.

Особенность дискретно-событийного подхода составляют переходы, которые происходят между состояниями моделируемой системы согласно графу всех возможных состояний. В применяемом методе на основе таймированного гибридного автомата переключение реализуется между режимами изменения состояния. Режимам изменения сопоставлен набор форм правой части системы уравнений из (2), алгоритм контроля предикатов определяет выбор решаемой в данный момент задачи Коши с инициализацией новых начальных условий. Промежуток интервала уязвимости разделен на последовательность кадров гибридного модельного времени. Алгоритмическое представление модели реализуется на основе автомата с таймированными и предикативными переходами. Множество решений задач Коши для допустимых  $S \in \mathbb{Z}^+$  определит интересующую нас зависимость, называемую в работах ихтиологов «кривой воспроизводства» популяции.

Исследование подобных гибридных моделей можно осуществлять в инструментальной вычислительной среде AnyLogic5 (к сожалению, разработчики отказались от развития данного направления в последующих версиях системы) и разрабатываемой в Санкт-Петербурге среде MvStudio, в новой версии получившей название Rand Model Designer. Программный код выполняемой модели в Rand Model Designer генерируется на основе входного языка записи математической модели и визуальных диаграмм для описания структуры и качественных изменений поведения моделируемой системы и автоматически компилируется, что обуславливает высокую

производительность при проведении управляемых вычислительных экспериментов. Входной паскалеобразный алгоритмический язык среды позволяет формировать модель процесса из алгебраических или дифференциальных уравнений и набора предикатов. Особенно ценна для автора возможность выполнять параметрическую оптимизацию моделей с использованием встроенных алгоритмов.

### 5 РЕЗУЛЬТАТЫ

В вычислительной среде получена неунимодальная «волнообразная» зависимость  $R = \varphi(S)$  запаса и пополнения, о причинах наблюдения которой для крупных рыб писал Рикер в [10]. Зависимость (рис. 1) без учета действия промысловой смертности характеризуется четырьмя нетривиальными стационарными точками  $R_i^*, i = 1 \dots 4$ , пересечениями кривой с биссектрисой координатного угла  $R = S$ .

График второй итерации  $\varphi(\varphi(S)) \equiv \varphi^2(S)$  показал устойчивость четвертой точки наряду с устойчивостью  $R = 0$ . Для дискретной динамической системы  $R_{n+1} = \varphi(R_n)$  возможны качественно различные варианты поведения в зависимости от вычисленного значения функции в двух точках локальных экстремумов  $\min \varphi(R), \max \varphi(R), R_1^* < R < R_3^*$ . Наибольший практический интерес представляет выполнение условий существования малой окрестности  $\varepsilon$  превышения пороговых значений:  $\varphi(R_{\max} \pm \varepsilon) > R_3^*, \varphi(R_{\min} \pm \varepsilon) < R_1^*$ . При выполнении условий в вычислительных экспериментах фиксируется образование в фазовом пространстве объекта, относящегося к разновидности непритягивающих хаотических множеств.

Если для динамической системы существует два аттрактора, то при исследовании необходимо определить границу их областей притяжения. В простейшем случае границей является неустойчивая «репеллерная» точка. В рассматриваемом случае границу составляет все множество прообразов неустойчивых точек  $R_i^*$ . Обе области притяжения в локальном диапазоне  $[R_1^*, R_3^*]$  представляются несвязным объединением малых интервалов.

В подобных моделях с возникновением нелинейных эффектов возрастает роль точности применяемых вычисленных алгоритмов при компьютерном исследова-

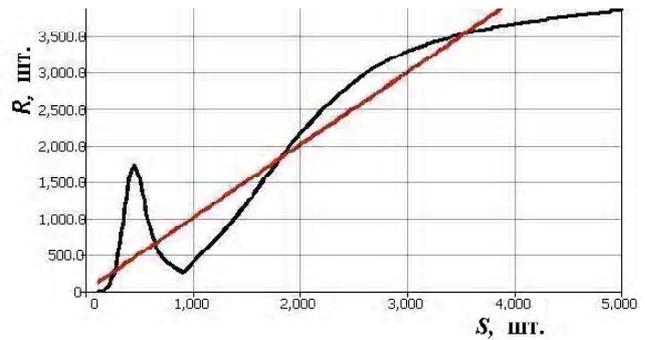


Рисунок 1 – График зависимости  $\varphi(R)$  с четырьмя стационарными точками

нии. Современные библиотеки инструментальных средств предоставляют большой выбор методов для экспериментов, но необходимо рационально выбирать подходящий, т. к. результаты могут отличаться при самых незначительных погрешностях из-за фундаментальных свойств фрактальных объектов. Хорошую применимость показала в частности реализация в библиотеке среды Rand Model Designer численного метода Дормана-Принса четвертого порядка, адаптированного для гибридных систем. В подобных задачах приоритет необходимо отдавать точности над скоростью вычислений, потому исследование фрактальных структур в фазовом пространстве и построение бифуркационных диаграмм требует значительных временных затрат.

Нами исследовался случай образования канторовской структуры границы, которая представляет собой всюду разрывное множество точек, приводит к появлению длительного переходного хаотического режима, реализующегося до момента  $\varphi^z(R_0) > R_3^*$  (или  $\varphi^z(R_0) < R_1^*$ ), его достижение означает стремительное развитие редкого явления для рыб, неожиданной «вспышки» численности (рис. 2) популяции. Число итераций  $z$  пребывания траектории в переходном аperiodическом режиме чувствительно зависит от начальных условий [11] и соответственно от точности вычислений.

При рассмотрении в модели увеличения промысловой смертности изменяется конфигурация стационарных точек. Для динамической системы возможна обратная касательная бифуркация: слияние  $R_3^*, R_4^*$  с исчезновением стационарной точки, при сохранении оставшихся

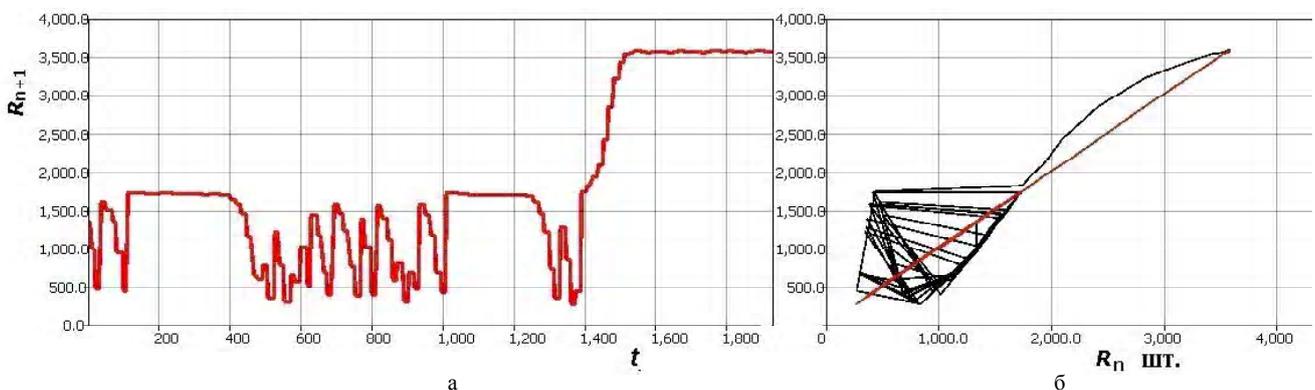


Рисунок 2 – Выход из режима переходного хаоса: а – временная диаграмма, б – фазовая диаграмма

$R_1^*, R_2^*$ . В таком случае возможны два варианта, определенные смещающимся значением  $\varphi_1(R_{\min})$  в точке минимума измененной зависимости (рис. 3). При выполнении условия  $\varphi_1(R_{\min}) > R_1^*$  траектории притягиваются к интервальному аттрактору, неустойчивая точка  $R_1^*$  служит границей с областью притяжения тривиального равновесия (рис. 4). Тогда после обратной касательной бифуркации траектория моментально переходит к устойчивому аperiodическому режиму, что соответствует колебаниям в диапазоне низкой численности популяции без возможности восстановления. Подобная ситуация из-за последствий длительного перелова наблюдается сейчас с осетровыми рыбами Каспийского моря, где промысел не был остановлен своевременно.

В момент достижения  $\varphi_1(R_{\min}) < R_1^*$  происходит граничный кризис интервального аттрактора [12]. При подобном кризисе аттрактор соприкасается с границей, теряет свойство инвариантности при сохранении локально-несвязной структуры у вновь появившегося непритягивающего хаотического множества типа «хаотическое седло» по классификации Гребоджи [13]. Единственным аттрактором остается тривиальное равновесие, что описывает неминуемую деградацию популяции после короткого переходного аperiodического режима флуктуаций.

При исследовании модели установлена возможность трансформации двух различных хаотических режимов при касательной бифуркации, переходного и устойчивого, связанного с интервальным аттрактором. Данная трансформация интерпретируется как последствие усиления промыслового давления и влечет длительное пребывание популяции в неблагоприятном для промысла

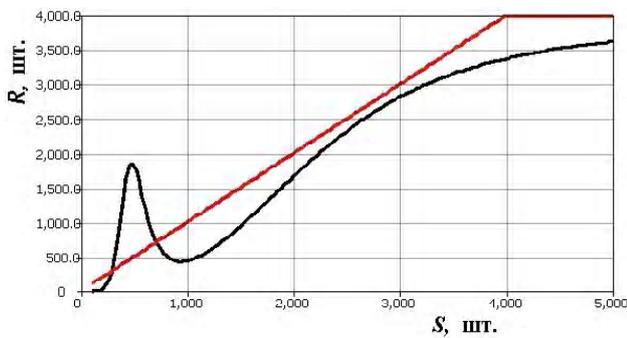


Рисунок 3 – График зависимости  $\varphi(R)$  после обратной касательной бифуркации

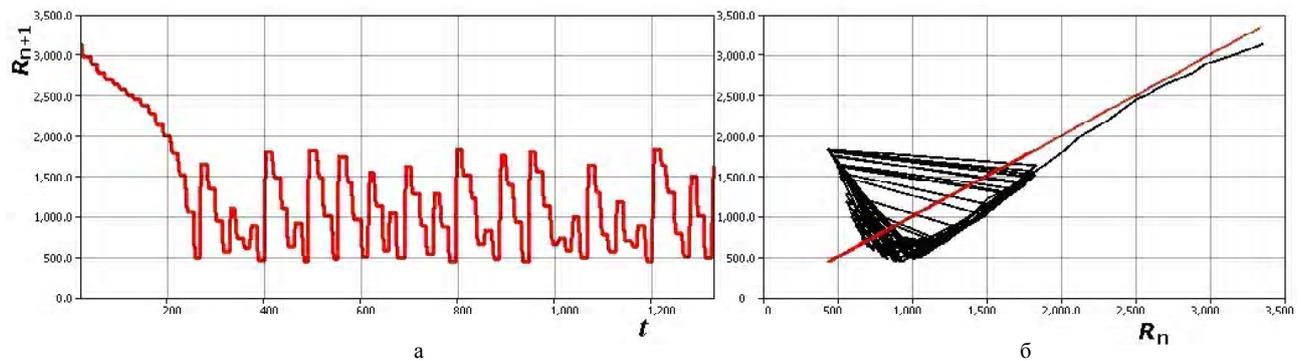


Рисунок 4 – Притяжение к интервальному аттрактору: а – временная диаграмма, б – фазовая диаграмма

состоянии. В динамической системе мы наблюдаем достаточно необычное поведение, связанное с тем, что обычно в таких моделях имеют дело с двумя топологическими типами аттракторов: устойчивым циклом или канторовским множеством не содержащим ни внутренних, ни изолированных точек и окруженным бесконечным количеством неустойчивых циклических точек. В классификации Дж. Гукенхаймер выделил три типа аттракторов функциональных итераций, и третий тип представляет объединение малых интервалов, обладающих топологической транзитивностью [14].

### 6 ОБСУЖДЕНИЕ

Разработанная модель формирования поколений популяций обладает рядом дополнительных возможностей по сравнению с известными аналогами. В частности, свойства непрерывно-дискретной динамической системы позволяют описывать зафиксированные в ряде случаев [15] для промысловых популяций горбуши тихоокеанского побережья Канады изменения, связанные с существованием двух уровней численности популяции: низкой и высокой. При низкой численности популяция испытывает резкие флуктуации, но существует перспектива восстановления высокой численности при прекращении промысла. Лососевые и осетровые виды существенно отличаются длительностью жизненного цикла, однако имеют сходные экологические условия воспроизводства, что позволяет проводить сравнение данных промысловой статистики и устанавливать аналогичные ситуации, которые могут описать разработанные модели.

Однако, нелинейные детерминированные модели с возникновением аperiodической динамики имеют какое-либо ограничение прогностических возможностей, именуемое в популярной литературе «эффект бабочки». В разработанной модели данный эффект проявляется иначе, чем в классической системе уравнений Э. Лоренца. В режиме переходного хаоса мы не можем предсказать, к какому из альтернативных аттракторов в результате устремится траектория и данное свойство определяется как неопределенность относительно асимптотического состояния динамической системы.

Предложенная модель отличается существенной сложностью и требует специальных способов применения. Интегрировать систему (3) в состав агрегированного полимодельного комплекса многовидового управления биоресурсами проблематично, но у нее имеются другие возможности. Основная идея практического применения

разработанных систем непрерывно-дискретных уравнений состоит в организации набора вычислительных модельных сценариев для анализа эффективности эксплуатации водных биоресурсов с учетом экспериментальных результатов теории этапности развития рыб [16] разных видов.

Условием применения подхода является представление стратегии природопользования, вырабатываемой экспертами согласно некоторым внутренним правилам, применяемой для достижения приоритетной цели. Формирование сценариев на основе моделей теории восполнения запасов даст возможность рассматривать не просто динамику отдельной популяции, но оценить концептуальные стратегии управления с точки зрения возрастания экологических рисков. В сценариях перспективно определить способы выделения факторов-предвестников для регулярно отмечаемого последние годы явления резкого снижения численности популяции по всем возрастным группам (так называемого «коллапса» промысловых запасов). Своевременное уменьшение доли изъятия и предосторожный подход оказывается экономически эффективнее стратегии максимизации вылова, так как большие потери приносит всей экономике региона вынужденно вводимый мораторий на промысел в случае подрыва способности биоресурсов к самовосстановлению.

## ВЫВОДЫ

В статье рассмотрена популяционная модель, позволяющая оценивать эффективность формирования промысловых запасов рыб и учитывающая изменения выживаемости молоди поколения в раннем онтогенезе осетровых видов.

Научная новизна полученных результатов состоит в том, что впервые предложена непрерывно-событийная вычислительная структура модели репродуктивного процесса, алгоритмически реализованная на основе гибридного автомата, где условия изменения режима изменения состояния определяются на основе вычисления уровня размерного развития.

Практическая ценность полученных результатов заключается в том, что получена традиционно используемая в промысловой ихтиологии функциональная зависимость запаса и пополнения отражающая действие известного в экологии эффекта Олли [17], известного так же как эффект агрегированной группы. Задача моделирования явления оказалась важной не только для динамики млекопитающих и крупных рыб, но и для ситуации инвазии насекомых вредителей [18]. Проявление данного эффекта для промысловой популяции может выразиться в резком сокращении эффективности воспроизводства при чрезмерной эксплуатации и, как следствие, стремительной деградации биоресурсов, неожиданной для определяющих допустимый уровень изъятия специалистов. Подобный сценарий реализовался с популяциями каспийский осетровых рыб в конце 1980-х гг. на фоне организованного искусственного выпуска молоди, ожидаемая эффективность которого оказалась завышенной, как и планировавшиеся объемы оптимального вылова.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарен разработчикам среды Rand Model Designer за возможность научного использования программного обеспечения. Исследования выполнены в рамках проекта Российского фонда фундаментальных исследова-

ний «Разработка методов вычислительного моделирования динамики подвергавшихся чрезмерному промысловому изъятию популяций рыб и оценки эффективности мер по их искусственному восстановлению на основе событийно-управляемых модельных сценариев» (грант Российского фонда фундаментальных исследований № 15-07-01230, руководитель – проф. В. В. Михайлов).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Vul E. B. Feigenbaum universality and the thermodynamic formalism Sinai / E. B. Vul, K. M. Khanin // Russian Mathematical Surveys. – 1984. – Vol. 39, № 3. – P. 1–40. DOI: 10.1070/RM1984v039n03ABEH003162
2. Touzeau S. On the stock-recruitment relationships in fish population models / S. Touzeau, J.-L. Gouz // Environmental modeling and Assessment. – 1998. – №3. – P. 87–93.
3. Mikkelsen N. How can the stock recruitment relationship of the Barents Sea capelin (*Mallotus villosus*) be improved by incorporating biotic and abiotic factors / N. Mikkelsen, T. Pedersen // Polar Research. – 2004. – № 1. – P. 19–26.
4. Feigenbaum M. J. Universal behavior in nonlinear systems / M. J. Feigenbaum // Physica D. – 1983. – Vol. 7, № 1–3. – P. 16–39. DOI: 10.1016/0167-2789(83)90112-4
5. Perevaryukha A. Yu. Cyclic and unstable chaotic dynamics in models of two populations of sturgeon fish / A. Yu. Perevaryukha // Numerical Analysis and Applications. – 2012. – Vol. 5, № 3. – P. 254–264. DOI: 10.1134/S199542391203007X
6. Singer D. Stable orbits and bifurcations of the maps on the interval / D. Singer // SIAM journal of applied math. – 1978. – Vol. 35. – P. 260–268. DOI: 10.1137/0135020
7. Guckenheimer J. Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcation of vector fields / J. Guckenheimer, P. Holmes. – Springer-Verlag, 1983. – 453 p. DOI: 10.1007/978-1-4612-1140-2
8. Vellekoop M. On intervals, transitivity = chaos / M. Vellekoop, R. Berglund // The American Mathematical Monthly. – 1994. – Vol. 101, № 4. – P. 353–355. DOI: 10.2307/2975629
9. Veshchev P. V. Efficiency of natural reproduction of sturgeons in the Lower Volga under current conditions / P. V. Veshchev, G. I. Guteneva, R. S. Mukhanova // Russian Journal of Ecology. – 2012. – T. 43, № 2. – P. 142–147. DOI: 10.1134/S1067413612020154
10. Ricker W. E. Stock and recruitment / W. E. Ricker // Journal Fisheries research board of Canada. – 1954. – Vol. 11, № 5. – P. 559–623. DOI: 10.1139/f54-039
11. Paar V. Sensitive dependence of lifetimes of chaotic transient on numerical accuracy for a model with dry friction and frequency dependent driving amplitude / V. Paar, N. Pavin // Modern Physics Letters B. – 1996. – Vol. 10, № 4. – P.153–159. DOI: 10.1142/S0217984996000183
12. Grebogi C. Chaotic attractors in crisis / C. Grebogi, E. Ott, J. A. Yorke // Physical Review Letters. – 1982. – Vol. 48, № 22. – P. 1507–1510. DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.48.1507>
13. Grebogi C. Chaos, strange attractors and fractal basin boundaries in nonlinear dynamics / C. Grebogi, E. Ott, J. A. Yorke // Science. – 1987. – Vol. 238, № 4827. – P. 632–638. DOI: 10.1126/science.238.4827.632
14. Bruin H. Topological conditions for the existence of absorbing cantor sets / H. Bruin // Transactions of the American mathematical society. – 1998. – Vol. 350, № 6. – P. 2229–2263. DOI: 0002-9947(98)02109-6
15. Minto C. Survival variability and population density in fish populations / C. Minto, R. A. Myers, W. Blanchard // Nature. – 2008. – Vol. 452. – P. 344–348. DOI: 10.1038/nature06605
16. Еремеева Е. Ф. Теория этапности развития и ее значение в рыбоводстве / Е. Ф. Еремеева, А. И. Смирнов // Теоретические основы рыбоводства. – М. : Наука, 1965. – С. 129–138.

17. Gascoigne J. C. Allee effects in marine systems / J. C. Gascoigne, R. N. Lipcius // *Marine Ecology Progress Series*. – 2004. – Vol. 269. – P. 49–59. DOI: 10.3354/meps269049
18. Kuussaari M. Allee effect and population dynamics in the Glandville fritillary butterfly / M. Kuussaari // *Oikos*. – 1998. – Vol. 82. – P. 384–392. DOI: 10.1098/rspb.2004.2995

Статья поступила в редакцию 30.09.2014.

После доработки 14.10.2014.

Переварюха А. Ю.

Канд. техн. наук, старший научный сотрудник Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации РАН, Санкт-Петербург, Россия

#### КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОПУЛЯЦІЇ ОСЕТРОВИХ КАСПІЙСЬКОГО МОРЯ З ДВОМА ТИПАМИ ВИНИК-НЕННЯ АПЕРІОДИЧНИХ КОЛИВАНЬ

У статті запропонована оригінальна комп'ютерна модель життєвого циклу популяції осетрових риб Каспійського моря, що з 2010 р. внесені до «Червоної книги». У моделі реалізовано подійно-стадійну обчислювальну структуру, яка містить безперервні і дискретні складові часу. Особливості динаміки нової моделі розглянуті на основі чисельного розв'язку кінцевої послідовності задач Коші для системи рівнянь, яка описує убуток чисельності особин поколінь. Отримана функціональна залежність, яка становить інтерес для іхтіологів та має два локальних екстремуми. Встановлена можливість тяжіння траєкторії до двох аттракторів і виникнення перехідного аперіодичного режиму. Після бифуркації зникнення двох нетривіальних стаціонарних точок виникає інтервальний аттрактор. Для даного типу аттрактора за класифікацією Гукенхеймера спостерігається явище граничної кризи, що для популяції осетрових риб інтерпретується як подія, що загрожує їхньому подальшому існуванню.

**Ключові слова:** комп'ютерна модель біологічних процесів, гібридна система, перехідний хаос, бифуркація, обчислювальний експеримент.

Perevaryukha A. Yu.,

PhD., Senior Researcher of St. Petersburg Institute for Informatics and Automation, St. Petersburg, Russia

#### COMPUTER MODELING OF STURGEON POPULATION OF THE CASPIAN SEA WITH TWO TYPES OF APERIODIC OSCILLATIONS

The article suggests the original computer model of the life cycle of sturgeon populations of the Caspian Sea, currently included in the «Red Book» since 2010. In our model was implemented event-stage computing structure that includes continuous and discrete components of the time. Features of the dynamics of the new model considered by us on the basis of the numerical solution of a finite sequence of the Cauchy problem for the system of equations describing the subsided of number of individuals in generations. As a result, we obtained the functional dependence, which be of interest to ichthyologists and which has two local extrema. The possibility of attraction of the trajectory to the two attractors and the appearance an aperiodic transition regime is established. After the bifurcation of the disappearance of two nontrivial stationary points arises an interval attractor. For this type of attractor on the Guckenheimer classification is observed the phenomenon of boundary crisis that for the sturgeon populations is interpreted as an event that threat to their continued existence.

**Keywords:** computer model of biological processes, hybrid system, transient chaos, bifurcation, computational experiment.

#### REFERENCES

- Vul E. B., Khanin K. M. Feigenbaum universality and the thermodynamic formalism Sinai, *Russian Mathematical Surveys*, 1984, Vol. 39, No. 3, pp. 1–40. DOI: 10.1070/RM1984v039n03ABEH003162
- Touzeau S., Gouz J.-L. On the stock-recruitment relationships in fish population models, *Environmental modeling and Assessment*, 1998, No. 3, P. 87–93.
- Mikkelsen N., Pedersen T. How can the stock recruitment relationship of the Barents Sea capelin (*Mallotus villosus*) be improved by incorporating biotic and abiotic factors, *Polar Research*, 2004, No. 1, pp. 19–26.
- Feigenbaum M. J. Universal behavior in nonlinear systems, *Physica D*, 1983, Vol. 7, No. 1–3, pp. 16–39. DOI: 10.1016/0167-2789(83)90112-4
- Perevaryukha A. Yu. Cyclic and unstable chaotic dynamics in models of two populations of sturgeon fish, *Numerical Analysis and Applications*, 2012, Vol. 5, No. 3, pp. 254–264. DOI: 10.1134/S199542391203007X
- Singer D. Stable orbits and bifurcations of the maps on the interval, *SIAM journal of applied math*, 1978, V. 35, pp. 260–268. DOI: 10.1137/0135020
- Guckenheimer J., Holmes P. Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcation of vector fields. Springer-Verlag, 1983, 453 p. DOI: 10.1007/978-1-4612-1140-2
- Vellekoop M., Berglund R. On intervals, transitivity = chaos, *The American Mathematical Monthly*, 1994, Vol. 101, No. 4, pp. 353–355. DOI: 10.2307/2975629
- Veshchev P. V., Guteneva G. I., Mukhanova R. S. Efficiency of natural reproduction of sturgeons in the Lower Volga under current conditions, *Russian Journal of Ecology*, 2012, Vol. 43, No. 2, pp. 142–147. DOI: 10.1134/S1067413612020154
- Ricker W. E. Stock and recruitment, *Journal Fisheries research board of Canada*, 1954, Vol. 11, No. 5, pp. 559–623. DOI: 10.1139/f54-039
- Paar V., Pavin N. Sensitive dependence of lifetimes of chaotic transient on numerical accuracy for a model with dry friction and frequency dependent driving amplitude, *Modern Physics Letters B*, 1996, Vol. 10, No. 4, P.153–159. DOI: 10.1142/S0217984996000183
- Grebogi C., Ott E., Yorke J. A. Chaotic attractors in crisis, *Physical Review Letters*, 1982, Vol. 48, No. 22, pp. 1507–1510. DOI: http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.48.1507
- Grebogi C., Ott E., Yorke J. A. Chaos, strange attractors and fractal basin boundaries in nonlinear dynamics, *Science*, 1987, Vol. 238, No. 4827, pp. 632–638. DOI: 10.1126/science.238.4827.632
- Bruin H. Topological conditions for the existence of absorbing cantor sets, *Transactions of the American mathematical society*, 1998, Vol. 350, No. 6, pp. 2229–2263. DOI: 0002-9947(98)02109-6
- Minto C., Myers R. A., Blanchard W. Survival variability and population density in fish populations, *Nature*, 2008, Vol. 452, P. 344–348. DOI: 10.1038/nature06605
- Eremeeva E. F., Smirnov A. I. Teoriya etapnosti razvitiya i eYo znachenie v rybovodstve, *Teoreticheskie osnovy rybovodstva*. Moscow, Nauka, 1965, pp. 129–138.
- Gascoigne J. C., Lipcius R. N. Allee effects in marine systems, *Marine Ecology Progress Series*, 2004, Vol. 269, pp. 49–59. DOI: 10.3354/meps269049
- Kuussaari M. Allee effect and population dynamics in the Glandville fritillary butterfly, *Oikos*, 1998, Vol. 82, pp. 384–392. DOI: 10.1098/rspb.2004.2995

УДК 004.932.2:519.652

Савков О. О.<sup>1</sup>, Мороз В. В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Аспірант кафедри обчислювальної математики Одеського національного університету ім. І. І. Мечникова, Одеса, Україна

<sup>2</sup>Канд. техн наук, професор кафедри обчислювальної математики Одеського національного університету ім. І. І. Мечникова, Одеса, Україна

## АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОЕНЦЕФАЛОГРАФІЧНИХ СИГНАЛІВ НА ОСНОВІ ПСЕВДО-ПЕРЕТВОРЕННЯ ВІГНЕРА-ВІЛЛА

Розглянута задача виділення електроенцефалографічних ритмів та пошуку епілептиформної активності. Об'єктом дослідження є процес виділення електроенцефалографічних феноменів. Предметом дослідження є методи частотно-часового аналізу електроенцефалографічних сигналів.

Мета роботи полягає у підвищенні точності діагностування психічних, психо-соматичних, невротичних та когнітивних розладів людини. Проведено огляд процесу електроенцефалографічного дослідження та ЕЕГ артефактів. Розглянуто види ЕЕГ ритмів та феноменів, які мають специфічні частотно-часові характеристики. Запропоновано метод виділення електроенцефалографічних феноменів на основі аналізу екстремумів функції спектральної щільності згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Вілла. Зроблено порівняння запропонованого методу з віконним перетворенням Фур'є. Як критерій оцінки проаналізованих методів було обрано частотно-часову роздільну здатність отриманих функцій спектральної щільності. Проведено обчислювальний експеримент на наборі епох ЕЕГ сигналів, які містять високочастотні феномени. Розроблено програмне забезпечення, що автоматизує процес дослідження ЕЕГ сигналів та візуалізацію отриманих результатів.

Результати експериментів показують переваги даного підходу у частотно-часовій роздільній здатності над віконним перетворенням Фур'є та дозволяють рекомендувати запропонований метод до практичного застосування для відокремлення ЕЕГ ритмів та виділення високочастотних феноменів.

**Ключові слова:** ЕЕГ сигнал, частотно-часовий аналіз, віконне перетворення Фур'є, перетворення Вігнера-Вілла.

### НОМЕНКЛАТУРА

$h(t)$ ,  $g(t)$  – згладжуючі віконні функції;  
 $k$  – дискретна змінна часу;  
 $l$  – кількість екстремумів функції спектральної щільності;  
 $m$  – дискретна змінна частоти;  
 $M$  – кількість відліків дискретного сигналу;  
 $N$  – кількість характерних ознак ритмів та феноменів;  
 $P[k, m]$  – функція спектральної щільності дискретного перетворення Вігнера-Вілла;  
 $P(\tau, \omega)$  – функція спектральної щільності неперервного перетворення Вігнера-Вілла;  
 $P_{PWVD}(k, m)$  – функція спектральної щільності дискретного псевдо-перетворення Вігнера-Вілла;  
 $P_{PWVD}(\tau, \omega)$  – функція спектральної щільності псевдо-перетворення Вігнера-Вілла;  
 $P_{SPWVD}(k, m)$  – функція спектральної щільності дискретного згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Вілла;  
 $P_{SPWVD}(\tau, \omega)$  – функція спектральної щільності згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Вілла;  
 $s(t)$  – неперервний сигнал;  
 $s^*(t)$  – комплексно-спряжений сигнал;  
 $S$  – багатоканальний електроенцефалографічний сигнал;  
 $S_i^E(t)$  – епоха електроенцефалографічного сигналу;  
 $w$  – віконна функція;  
 $x$  – дискретний сигнал;  
 $X_k$  – пряме дискретне перетворення Фур'є;  
 $X_{m,k}$  – віконне перетворення Фур'є;  
 $\Delta f$  – частотна роздільна здатність перетворення Фур'є;

$\Delta t$  – часова роздільна здатність перетворення Фур'є;  
 $\Delta_{f\tau}$  – частотно-часова роздільна здатність перетворення Вігнера-Вілла;  
 $\tau$  – неперервна змінна часу;  
 $\omega$  – неперервна змінна кутової частоти;  
 $\Omega$  – множина характерних ознак ЕЕГ ритмів та феноменів;  
ЕЕГ – електроенцефалографія.

### ВСТУП

Електроенцефалографічне дослідження є одним з сучасних методів функціональної діагностики нервової системи людини. Воно використовується для діагностування психічних, невротичних, когнітивних розладів та є одним з головних методів при діагностиці епілепсії.

Аналіз ЕЕГ сигналу – це комплексний процес. Його можна розділити на первинну обробку, пошук та локалізацію й аналіз та класифікацію феноменів. Процес первинної обробки включає в себе видалення шуму; усунення, якщо це можливо, або локалізацію та видалення з аналізу артефактів ЕЕГ сигналу, відокремлення та аналіз ЕЕГ ритмів, побудову частотно-часово-просторової картини сигналу. На наступних кроках проводиться пошук відомих феноменів та унікальних особливостей сигналу. Далі отримані феномени аналізуються та класифікуються згідно обраної математичної моделі сигналу ЕЕГ.

Метою роботи є дослідження методів відокремлення електроенцефалографічних ритмів та виділення високочастотних феноменів.

### 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Електроенцефалографічне дослідження є важливим етапом медичного обстеження пацієнтів з цілим спектром психічних та психологічних захворювань, тому швидка постановка достовірного діагнозу є необхідною умо-

вою вибору напрямку лікування. Аналіз ЕЕГ сигналів є складним процесом через нелінійну нестационарну природу самого сигналу та велику кількість факторів, які впливають на нього під час проведення процедури електроенцефалографічного дослідження. Тому цей процес поділяється на декілька етапів. Одним з таких етапів є аналіз електроенцефалографічних ритмів та феноменів.

Нехай дано  $S$ , який можна представити як множину сигналів  $S = \{S_i(t)\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, 16$ ,  $t \in [t_0; t_{\max}]$ .

Позначимо через  $S_i^E(t)$  епоху сигналу  $S_i(t)$  як деякий його часовий проміжок на інтервалі  $t \in [t_{\min}^E, t_{\max}^E]$ . Для кожної епохи необхідно побудувати частотно-часове подання на основі перетворення  $X_{m,k}$ ,  $P_{PWVD}(k,m)$  та  $P_{SPWVD}(k,m)$ . Виконати пошук екстремумів функції

спектральної щільності:  $\frac{dP_{SPWVD}(\tau, \omega)}{d\tau} = 0$ . Необхідно

зіставити отримані значення частот  $\omega_i, i = 0, \dots, l-1$  з характерними ознаками ЕЕГ ритмів та феноменів  $\Omega = \{[\omega_{j,\min}, \omega_{j,\max}], j = 1, \dots, N\}$ . Виконати порівняльний аналіз з результатами віконного перетворення Фур'є.

## 2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Аналіз електроенцефалографічних сигналів складається з декількох етапів, одним з яких є аналіз ЕЕГ ритмів сигналу. Поняття ритму було запропоновано на початку розвитку електроенцефалографії для полегшення візуального аналізу ЕЕГ сигналів. Так, один з засновників ЕЕГ дослідження Ганс Бергер, який першим отримав людську електроенцефалограму [1], описав альфа та бета-ритми. У подальшому ЕЕГ ритми були розширені та доповнені Г. Джаспером, В. Волтером [2] та іншими. У сучасній електроенцефалографії ритмічний склад сигналу застосовується у якості одного з критеріїв постановки діагнозу при різноманітних психічних, психоневрологічних порушеннях.

Одним із базових інструментів частотно-часового аналізу ЕЕГ сигналів є перетворення Фур'є. Воно використовується для виділення електроенцефалографічних ритмів [3], під час автоматичної обробки сигналів, детектуванні епілептичних приступів [4], для пошуку сонних веретен [5].

Іншим інструментом частотно-часового аналізу сигналів є перетворення Вігнера-Вілла, яке дозволяє покращити пошук локальних екстремумів енергії за рахунок кращої частотно-часової роздільної здатності [6], [7], [8]. Під час ЕЕГ аналізу перетворення Вігнера-Вілла використовується для детектування епілептичних випадків [9] та пошуку особливостей електроенцефалографічних сигналів [10].

## 3 МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ

Сигнал ЕЕГ фіксується за допомогою зовнішніх або внутрішніх електродів, розташованих на скальпі пацієнта. Сучасні електроенцефалографи дозволяють реєструвати від 12 до 128 каналів.

Найбільш розповсюдженою схемою розташування електродів є міжнародна схема «10–20», вперше запро-

понована Г. Г. Джаспером [11]. Місця розташування електродів розраховуються у процентному відношенні до кісних орієнтирів черепа. Замиряються дві основні відстані: від перенісся до потиличного бугра, виміряна через верхівку, та між слуховими проходами, яка проходить через середину першої відстані. Ці відстані приймаються за 100%. Перші електроди встановлюють на відстані 10% від потиличного бугра, наступні через 20% попереду потиличних і так далі, до лобових полюсних електродів, які розташовані на відстані 10% від перенісся. Друга відстань розподіляється аналогічно першій: на відстані 10% догори від слухових проходів розташовують скроневі електроди, через 20% центральні, на середній лінії черепа встановлюють центральні (рис. 1).

Під час ЕЕГ дослідження фіксується різниця електричних потенціалів розташованих на черепі електродів. Сам сигнал ЕЕГ представляє собою складний нелінійний нестационарний процес. Через це аналіз ЕЕГ сигналу є непростю математичною проблемою.

Процес дослідження ЕЕГ сигналу ускладнюється наявністю різноманітних артефактів. Вони можуть бути фізичними (неякісний контакт електродів, електричні та електромагнітні завади) або фізіологічними (окулярні та ковтальні рухи, м'язова та серцева активність, та інші). Тому пошук цих артефактів є важливою частиною обробки сигналу ЕЕГ.

При частотно-часовому аналізі ЕЕГ сигналу використовується поняття ЕЕГ ритму. Кожен ритм має характерний амплітудно-частотний діапазон та відповідає деякому стану мозку людини. Так, альфа-ритм має частоту 8–12 Гц та амплітуду до 100 мкВ. Він максимально виражений в потиличних відділах та реєструється у більшості здорових людей. Альфа-ритм досягає максимальної амплітуди у стані покою, особливо при заплюснених очах. У більшості випадків виникають модуляції, які утворюють веретена тривалістю 2–8 сек. Амплітуда альфа-ритму зменшується при концентрації уваги, розумової активності та занепокоєнні.

Бета-ритм має частоту 12,5–30 Гц та амплітуду до 15 мкВ. Деякі дослідники поділяють бета-ритм на декілька складових за їх частотними діапазонами. Бета-ритм найкраще реєструється в області передніх центральних звивин та пов'язаний з соматичними та сенсорними механізмами, зі збільшенням концентрації уваги та вирішенні конкретних задач. Мю-ритм, який має частоту 8–

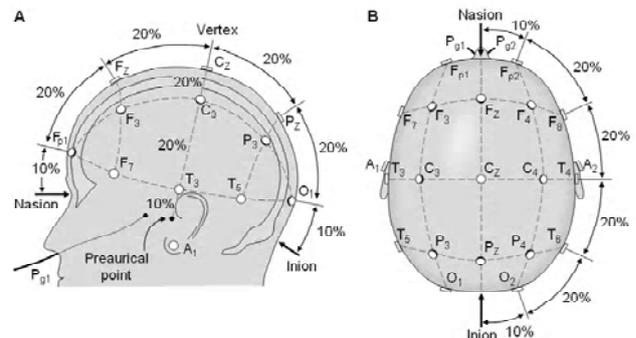


Рисунок 1 – Міжнародна схема «10–20» (Bioelectromagnetism. Principles and Applications of Bioelectric and Biomagnetic Fields 1995)

13 Гц [12] та амплітуду до 50 мкВ, реєструється у деяких пацієнтів у центральній та центрально-скроневій області.

Тета-ритм має частоту 4–8 Гц з амплітудою, яка перевищує 25 мкВ та може досягати 300 мкВ і більше. Тета-ритм зростає під час сну; допускається у невеликій кількості та з амплітудою не більше альфа-ритму у здорової активної людини, що вказує на зниження рівня функціональної активності мозку, а в інших випадках вважається патологією. Тета-ритм виникає під час емоціональних розладів, зокрема розчарування. Для дельта-активності характерна частота 0,5–3 Гц та амплітуда, яка може перевищувати 25 мкВ. Спостерігається під час пробудження, у фазі глибокого сну та при патологічних змінах у роботі мозку.

Відокремлення та класифікація ритмів є важливим кроком у аналізі ЕЕГ сигналу. Крім ритмів, велике значення мають феномени – характерні особливості сигналу. Одним з класів феноменів є епілептиформна активність. До неї відносяться спайки, гострі хвилі, поліспайки, комплексні спайк-хвиля та гостра хвиля-повільна хвиля.

Спайк – це пароксизмальний феномен, який має загострену форму та поверхньо-негативну полярність, тривалістю до 70 мс та амплітудою значно вищою, ніж фоновая активність. При тривалості від 70 мс до 200 мс такий феномен називають гострою хвилею. Спайк-хвиля – це комплекс спайка та повільної хвилі. Ці феномени зазвичай відбуваються серією. При зростанні тривалості спайк-хвиля перетворюється у феномен гостра хвиля-повільна хвиля.

Епілептиформна активність відзначає наявність специфічних процесів у мозку людини та є важливим критерієм під час діагностики та дослідження епілепсії.

Одним з інструментів обробки ЕЕГ сигналів є частотно-часові перетворення. Традиційною основою частотно-часових перетворень на даний час є перетворення Фур'є, яке розкладає сигнал на прості коливання та дає можливість отримати його спектр.

Пряме дискретне перетворення Фур'є задається наступним чином:

$$X_k = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} x_n e^{-i2\pi kn/M}, k = 0, 1, \dots, M-1.$$

Воно дозволяє дослідити частотні складові сигналу, але не частотно-часову локалізацію. Через це його використання для аналізу сигналів ЕЕГ є досить обмеженим.

Для отримання частотно-часової локалізації використовується віконне перетворення Фур'є:

$$X_{m,k} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n w_{n-m} e^{-i2\pi kn/M}, k = 0, 1, \dots, M-1.$$

У якості віконної функції можуть бути використані функції Хемінга, Гауса, Хана та інші.

Результатом віконного перетворення є спектрограма. При цьому від розміру віконної функції залежить частотна та часова роздільна здатність спектру: якщо зменшувати вікно, часова роздільна здатність збільшується, а частотна – зменшується; та навпаки, якщо збільшувати

ширину вікна, часова роздільна здатність буде зменшуватися, а частотна – збільшуватися (рис. 2). У цьому полягає основний недолік віконного перетворення Фур'є.

Для усунення недоліків віконного перетворення Фур'є та покращення частотно-часової роздільної здатності розглянемо перетворення Вігнера-Вілла, яке належить до класу квадратичних перетворень Коена. Перетворення вперше було представлено Ю. Вігнером у роботі [13], яка була присвячена квантовій термодинаміці, у 1932 р. та використав Дж. Віллем для аналізу сигналів [14] у 1948 році. Неперервне перетворення Вігнера-Вілла для досліджуваного сигналу  $s(t)$  має наступний вигляд [15]:

$$P(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s\left(\tau + \frac{t}{2}\right) \cdot s^*\left(\tau - \frac{t}{2}\right) \cdot e^{-j\omega t} dt.$$

Дискретне перетворення Вігнера-Вілла задається наступним виразом:

$$P[k, m] = \sum_{n=0}^{N-1} s[k+n] \cdot s^*[k-n] \cdot e^{-j\frac{4\pi n m}{N}}, k = 0, 1, \dots, N, m = 0, 1, \dots, N.$$

Результатом перетворення буде функція  $P[k, m]$ , яка може мати як додатні, так від'ємні значення, що додає деяких проблем у означенні її як функції спектральної щільності [6].

Перетворення Вігнера-Вілла має кращу частотно-часову роздільну здатність, ніж віконне перетворення Фур'є. Це є важливою перевагою при аналізі нелінійних нестационарних сигналів. Основним недоліком перетворення Вігнера-Вілла під час аналізу складних багатокомпонентних сигналів є поява інтерференційних складових. Для сигналу з двох складових перетворення має такий вигляд [16]:

$$P_{s_1+s_2}(\tau, \omega) = P_{s_1}(\tau, \omega) + P_{s_2}(\tau, \omega) + 2\Re\{P_{s_1, s_2}(\tau, \omega)\},$$

$$\text{де } P_{s_1, s_2}(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1\left(\tau + \frac{t}{2}\right) \cdot s_2\left(\tau - \frac{t}{2}\right) \cdot e^{-j\omega t} dt.$$

Аналогічно можна отримати перетворення Вігнера-Вілла для сигналу з  $N$  компонент. Через появу інтерференційних складових перетворення Вігнера-Вілла складно використовувати для аналізу багатокомпонентних сигналів. Одним з методів зменшення інтенсивності інтерференційних складових є використання спектральних віконних функцій. Такими перетвореннями є псевдо-перетворен-

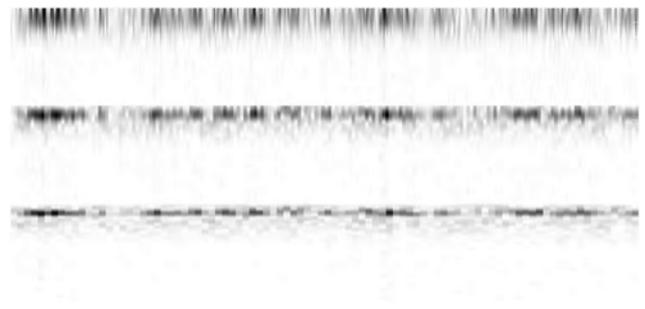


Рисунок 2 – Віконне перетворення Фур'є фільтрованого сигналу ЕЕГ (відгалуження F3, 15 с, використана віконна функція Хемінга шириною 16, 32 та 64 відліків)

ня Вігнера-Вілла, яке задається наступним виразом [17]:

$$P_{PWVD}(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \cdot s\left(\tau + \frac{t}{2}\right) \cdot s^*\left(\tau - \frac{t}{2}\right) \cdot e^{-j\omega t} dt,$$

та згладжене псевдо-перетворення Вігнера-Вілла:

$$P_{SPWVD}(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \int_{-\infty}^{\infty} g(x-\tau) \cdot s\left(x + \frac{t}{2}\right) \cdot s^*\left(x - \frac{t}{2}\right) dx \cdot e^{-j\omega t} dt$$

Ці перетворення мають меншу частотно-часову роздільну здатність, ніж перетворення Вігнера-Вілла, але завдяки зменшенню інтенсивності інтерференційних складових дискретні перетворення  $P_{PWVD}(k, m)$  та  $P_{SPWVD}(k, m)$  можна використовувати для аналізу складних нелінійних нестационарних сигналів, таких як EEG сигнали, наприклад, для аналізу епілептиформної пароксизмальної активності.

Згідно з принципом невизначеності, частотно-часова роздільна здатність віконного перетворення Фур'є обмежена  $\Delta t \cdot \Delta f \geq \frac{1}{4\pi}$ . Для перетворення Вігнера-Вілла

має місце інша оцінка:  $\Delta f \geq \frac{1}{2\pi}$  [18]. Таким чином, перетворення Вігнера-Вілла має кращу частотно-часову роздільну здатність, ніж віконне перетворення Фур'є.

#### 4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

У даній роботі псевдо-перетворення Вігнера-Вілла та його згладжений варіант було використано для аналізу EEG ритмів та пошуку спайків. Чисельний експеримент був проведений на наборі тестових сигналів – епох EEG сигналів з різними феноменами: спайками та іншими формами епілептиформної активності. Тестові сигнали були отримані за допомогою електроенцефалографа Tredex «Експерт-16». До кожного тестового сигналу було застосовано віконне перетворення Фур'є, псевдо-перетворення Вігнера-Вілла та його згладжений варіант. Зі спектрів тестових сигналів були виділені екстремуми, які визначили переважаючі ритми, та проведено пошук епілептиформної активності.

Чисельний експеримент проводився в обчислювальному середовищі Matlab. У якості віконного перетворення Фур'є була обрана вбудована функція spectrogram з пакету Signal Processing Toolbox з віконною функцією Хемінга шириною 16, 32 та 64 відліків. Для побудови функції спектральної щільності псевдо-перетворення Вігнера-Вілла та згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Вілла були використані функції tfrpwv та tfrspwv відповідно. Параметр частотної роздільної здатності  $N$  дорівнює 256. Ці функції є частиною програмного пакету Time-Frequency Toolbox. Пошук екстремумів функції спектральної щільності було реалізовано з використанням стандартних функцій обчислювального середовища.

#### 5 РЕЗУЛЬТАТИ

Тестові сигнали та їх функції спектральної щільності згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Вілла подані на рис. 3 та рис. 4. Темні ділянки частотно-часового представлення відповідають максимальним значенням енергії сигналу.

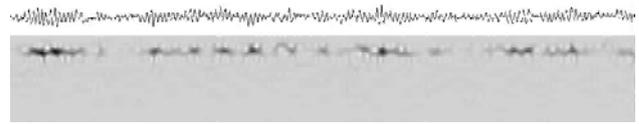


Рисунок 3 – EEG сигнал та частотно-часове подання фільтрованого сигналу, отримане згладженим псевдо-перетворенням Вігнера-Вілла. Переважання альфа-ритму у відгалуженні F3

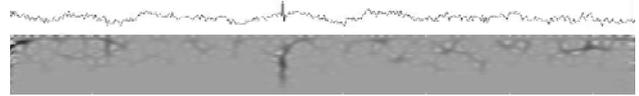


Рисунок 4 – EEG сигнал та частотно-часове подання фільтрованого сигналу, отримане згладженим псевдо-перетворенням Вігнера-Вілла. Спайк під час фотостимуляції 10 Гц у відгалуженні T3

#### 6 ОБГОВОРЕННЯ

Тестовий сигнал (рис. 3) являє собою епоху довжиною 15 секунд, отриману з відгалуження F3 у стані спокою. Ця епоха характеризується наявністю альфа-ритму, що підтверджується аналізом частотно-часового представлення: максимуми функції спектральної щільності знаходяться у діапазоні 8–12 Гц. Результатом застосованих перетворень є матриця функції спектральної щільності розмірністю 129x186 відліків для віконного перетворення Фур'є та 128x3000 для згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Вілла. Отримане частотно-часове представлення має набагато кращу частотно-часову роздільну здатність, ніж спектр віконного перетворення Фур'є (рис. 2), що дозволяє більш точно локалізувати EEG ритм у часі.

Тестовий сигнал (рис. 4) являє собою епоху довжиною 7,5 секунд, отриману з відгалуження T3 під час фотостимуляції 10 Гц, яка містить спайк. Через те, що псевдо-перетворення Вігнера-Вілла є чутливим до локальних особливостей сигналу, частотно-часове представлення епохи містить характерний високочастотний максимум функції спектральної щільності, що відповідає частотно-часовій характеристиці спайку. При цьому частотно-часова роздільна здатність отриманої функції спектральної щільності дозволяє локалізувати феномен у часі з точністю більшою, ніж у віконного перетворення Фур'є: використання псевдо-перетворення Вігнера-Вілла дозволяє локалізувати спайк у часовому околі у 10 відліків, а при використанні віконного перетворення Фур'є – тільки у часовому околі у 64 відліки. Це надає перевагу використанню псевдо-перетворення Вігнера-Вілла для пошуку та класифікації епілептиформної активності.

#### ВИСНОВКИ

У роботі розглянуті переваги та недоліки віконного перетворення Фур'є та псевдо-перетворення Вігнера-Вілла як методів частотно-часового аналізу EEG сигналів; описані EEG ритми і деякі феномени та їх частотно-часові характеристики. Був проведений обчислювальний експеримент по використанню псевдо-перетворення Вігнера-Вілла для аналізу ритмів EEG сигналів та пошуку епілептиформної активності.

У роботі вирішено актуальну задачу аналізу EEG сигналів, а саме відокремлення електроенцефалографічних ритмів та виділення високочастотних феноменів.

Наукова новизна роботи полягає у тому, що використання згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Віллі для аналізу ЕЕГ сигналів отримало подальший розвиток.

Перетворення Вігнера-Віллі є перспективним інструментом частотно-часового аналізу таких складних нелінійних нестационарних сигналів, як сигнали ЕЕГ. Воно має кращу часову та частотну роздільну здатність, ніж віконне перетворення Фур'є, що дозволяє проводити відокремлення ЕЕГ ритмів та аналіз локальних особливостей сигналу, наприклад епілептиформної пароксизмальної активності.

В той же час недоліками перетворення Вігнера-Віллі є поява інтерференційних складових та велика обчислювальна складність. Перша проблема частково вирішується використанням псевдо-перетворення Вігнера-Віллі, його згладженого варіанту та інших схем заглушення інтерференцій. Друга проблема вирішується використанням модифікованих розрахункових схем [19] та стає менш актуальною зі зростанням обчислювальних потужностей сучасних комп'ютерних комплексів.

Практична цінність отриманих результатів полягає у тому, що розроблено програмне забезпечення, яке дозволяє проводити аналіз ритмів та феноменів, як одного з етапів дослідження електроенцефалографічних сигналів.

Перспективи подальших досліджень полягають у аналізі впливу ЕЕГ артефактів на частотно-часове представлення сигналу, їх детектуванні та локалізації, дослідженні методик зменшення обчислювальної складності згладженого псевдо-перетворення Вігнера-Віллі та пошуку оптимальних параметрів віконних функцій.

## ПОДЯКИ

Роботу виконано в рамках науково-дослідної роботи № 229 «Дослідження деяких класів крайових задач диференційних рівнянь, їх апроксимації та методів обробки зображень» кафедри обчислювальної математики Одеського національного університету ім. І. І. Мечникова.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Collura F. T. History and Evolution of Electroencephalographic Instruments and Techniques / F. T. Collura // *Journal of Clinical Neurophysiology*. – 1993. – № 10 (4). – P. 476–504.
2. Sanei S. EEG signal processing / S. Sanei, J. Chambers. – Chichester : John Wiley & Sons Ltd, 2007. – 312 p.
3. Juozapavicius A. EEG analysis – automatic spike detection / A. Juozapavicius, G. Bacevicius, D. Bugelskis, R. Samaitiene // *Nonlinear Analysis : Modelling and Control*. – 2011. – Vol. 16, № 4. – P. 375–386.
4. Tzallas A. T. Epileptic Seizure Detection in EEGs Using Time-Frequency Analysis / A. T. Tzallas, M. G. Tsipouras, D. I. Fotiadis // *IEEE Transactions On Information Technology In Biomedicine*. – 2009. – Vol. 13, № 5. – P. 703–710.
5. Costaab J. Sleep Spindles Detection : a Mixed Method using STFT and WMSD / J. Costaab, M. Ortigueirab, A. Batistab, T. Paiva // *International Journal of Bioelectromagnetism*. – 2012. – Vol. 14, № 4. – P. 229–233.
6. Вишневецкий О. В. Вигнер-анализ в задачах космической радиофизики / О. В. Вишневецкий, О. В. Лазоренко // *Вісник Харківського національного університету. Серія «Радіофізика та електроніка»*. – 2010. – № 927, Вип. 16. – С. 89–95.
7. Лупов С. Ю. Модификация преобразования Вигнера-Вилля для анализа интерферометрических данных газодинамических процессов / С. Ю. Лупов, В. И. Кривошеев // *Вестник Нижегородского университета*. – 2011. – № 5 (3). – С. 95–103.
8. Вишневецкий О. В. Анализ нелинейных волновых процессов при помощи преобразования Вигнера / О. В. Вишневецкий, О. В. Лазоренко, Л. Ф. Черногор // *Радиофизика и радиоастрономия*. – 2007. – Т. 12, № 3. – С. 295–310.
9. Mohseni H. R. Automatic Detection of Epileptic Seizure using Time-Frequency Distributions / H. R. Mohseni, A. Maghsoudi, M. H. Kadbi, J. Hashemi, A. Ashourvan // *Conference Paper : Advances in Medical, Signal and Information Processing*. – Tehran : Sharif University of Technology, 2006. – Access mode : [http://www.researchgate.net/publication/4251960\\_Automatc\\_Detection\\_of\\_Epileptic\\_Seizure\\_using\\_Time-Frequency\\_Distributions](http://www.researchgate.net/publication/4251960_Automatc_Detection_of_Epileptic_Seizure_using_Time-Frequency_Distributions)
10. Guerrero-Mosquera C. New feature extraction approach for epileptic EEG signal detection using time-frequency distributions / C. Guerrero-Mosquera, A. Malanda Trigueros, J. I. Franco, Á. Navia-Vázquez // *Medical & Biological Engineering & Computing*. – April 2010. – Vol. 48 (4). – P. 321–330.
11. Jasper H. H. The ten-twenty electrode system of the International Federation / H. H. Jasper // *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*. – 1958. – Vol. 10. – P. 371–375.
12. Niedermeyer E. The Normal EEG of the Waking Adult / E. Niedermeyer, F. Lopes da Silva // *Electroencephalography : Basic Principles, Clinical Applications and Related Fields*. – Baltimore : Lippincott Williams & Wilkins, 1999. – P. 149–173.
13. Wigner E. P. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium / E. P. Wigner // *Physical Review*. – 1932. – Vol. 40. – P. 749–759.
14. Ville J. Théorie et applications de la notion de signal analytique / J. Ville // *Cables et Transmission*. – 1948. – Vol. 2 A. – P. 61–74.
15. Jeon J.-J. Pseudo Wigner-Ville distribution, computer program and its applications to time-frequency domain problems / J. J. Jeon, Y. S. Shin. – Monterey, California : Naval postgraduate school, 1993. – 80 p.
16. Debnath L. Recent developments in the Wigner-Ville distribution and time-frequency signal analysis / L. Debnath // *Proceedings of the Indian National Science Academy : Physical Sciences*. – 2002. – Vol. 68 A, № 1. – P. 35–56.
17. Лазоренко О. В. Системный спектральный анализ сигналов: теоретические основы и практические применения / О. В. Лазоренко, Л. Ф. Черногор // *Радиофизика и радиоастрономия*. – 2007. – Т. 12. – № 2. – С. 162–181.
18. Oliveira P. M., Barroso V. Uncertainty In Time-Frequency Analysis / P. M. Oliveira, V. Barroso // *Time-Frequency Signal Analysis and Processing : A comprehensive reference* / Ed. by B. Boashash. – Oxford, UK : Elsevier, 2003. – Chapter 4.4 – P. 114–121.
19. O'Toole J. A discrete time and frequency Wigner-Ville distribution: properties and implementation / J. O'Toole, M. Mesbah, B. Boashash // *Proceedings of the 8th International Symposium on DSP and Communication Systems, DSPCS'2005, 19–21 December, 2005*. – Access mode : [http://qspace.qu.edu.qa/bitstream/handle/10576/10818/Boashash-OToole-et-al\\_2005\\_OZ\\_DSPCS\\_2005\\_discrete-t-f-WVD.pdf?sequence=1](http://qspace.qu.edu.qa/bitstream/handle/10576/10818/Boashash-OToole-et-al_2005_OZ_DSPCS_2005_discrete-t-f-WVD.pdf?sequence=1)

Стаття надійшла до редакції 06.10.2014.

Після доробки 17.11.2014.

Савков А. А.<sup>1</sup>, Мороз В. В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Аспирант кафедри вычислительной математики Одесского национального университета им. И. И. Мечникова, Одесса, Украина

<sup>2</sup>Канд. техн. наук, профессор кафедры вычислительной математики Одесского национального университета им. И. И. Мечникова, Одесса, Украина

## АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОЕНЦЕФАЛОГРАФІЧЕСКИХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ПСЕВДО-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВИГНЕРА-ВИЛЛЯ

Рассмотрена задача выделения электроэнцефалографических ритмов и поиска эпилептиформной активности. Объектом исследования является процесс выделения электроэнцефалографических феноменов. Предмет исследования составляют методы частотно-временного анализа электроэнцефалографических сигналов.

Цель работы заключается в повышении точности диагностирования психических, психо-соматических, невротических и когнитивных расстройств. Проведен обзор процесса электроэнцефалографического исследования и ЭЭГ артефактов. Рассмотрены виды ЭЭГ ритмов и феноменов, которые имеют специфические частотно-временные характеристики. Предложен метод выделения электроэнцефалографических феноменов на основе анализа экстремумов функции спектральной плотности сглаженного псевдо-преобразования Вигнера-Вилла. Проведено сравнение предложенного метода с оконным преобразованием Фурье. В качестве критерия оценки анализируемых методов было выбрано частотно-временное разрешение полученных функций спектральной плотности. Проведен вычислительный эксперимент на наборе эпох ЭЭГ сигналов, которые содержат высокочастотные феномены. Разработано программное обеспечение, автоматизирующее процесс исследования ЭЭГ сигналов и визуализацию полученных результатов.

Результаты экспериментов показывают преимущества данного подхода в частотно-временной разрешающей способности над оконным преобразованием Фурье и позволяют рекомендовать предложенный метод к практическому применению для отделения ЭЭГ ритмов и выделения высокочастотных феноменов.

**Ключевые слова:** ЭЭГ сигнал, частотно-временной анализ, оконное преобразование Фурье, преобразование Вигнера-Вилла.

Savkov O. O.<sup>1</sup>, Moroz V. V.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Post-graduate Student of Computational Mathematics Department of I. I. Mechnikov Odessa National University, Ukraine

<sup>2</sup>PhD, Associate Professor of Computational Mathematics Department of I. I. Mechnikov Odessa National University, Ukraine

#### EEG SIGNAL ANALYSIS BASED ON PSEUDO WIGNER-VILLE DISTRIBUTION

The problem of selection of electroencephalographic rhythms and epileptiform activity search was investigated. The object of study is the process of extracting the EEG phenomena. The subject of study is time-frequency analysis methods of EEG signals.

The purpose of the work is to improve the accuracy of diagnosis of psychological, psycho-somatic, neurotic and cognitive disorders. A review of electroencephalographic process and EEG artifacts was given. Types of EEG rhythms and phenomena, that have specific time-frequency characteristics, were considered. A method for electroencephalographic phenomena selection that is based on the extreme values analysis of spectral density function of smoothed pseudo Wigner-Ville distribution was proposed. Proposed method was compared with the short-time Fourier transform. As a quality criteria for analyzed methods was chosen the time-frequency resolution of obtained spectral density functions. Computational experiments on EEG epochs set that contains high-frequency phenomena were made. Software that automates EEG analysis process and builds results visualization was developed.

The experimental results show the advantages of this approach in the time-frequency resolution compared with short-time Fourier transform, and allow to recommend the proposed method for practical use for EEG rhythms separation and high-frequency phenomena selection.

**Keywords:** EEG signal, time-frequency analysis, short-time Fourier transform, Wigner-Ville distribution.

#### REFERENCES

- Collura F. T. History and Evolution of Electroencephalographic Instruments and Techniques, *Journal of Clinical Neurophysiology*, 1993, No. 10 (4), pp. 476–504.
- Sanei S., Chambers J. EEG signal processing. Chichester : John Wiley & Sons Ltd, 2007, 312 p.
- Juozapavicius A., Bacevicius G., Bugelskis D., Samaitiene R. Juozapavicius A. EEG analysis – automatic spike detection, *Nonlinear Analysis : Modelling and Control*, 2011, Vol. 16, No. 4, pp. 375–386.
- Tzallas A. T., Tsipouras M. G., Fotiadis D. I. Epileptic Seizure Detection in EEGs Using Time-Frequency Analysis, *IEEE Transactions On Information Technology In Biomedicine*, 2009, Vol. 13, No. 5, pp. 703–710.
- Costaab J., Ortigueirab M., Batistab A., Paiva T. Sleep Spindles Detection : a Mixed Method using STFT and WMSD, *International Journal of Bioelectromagnetism*, 2012, Vol. 14, No. 4, pp. 229–233.
- Vyshnyveckyj O. V., Lazorenko O. V. Vygner-analiz v zadachah kosmycheskoj radyofyzyky, *Visnyk Harkivs'kogo nacional'nogo universytetu. Serija «Radiofizyka ta elektronika»*, 2010, No. 927, vyp. 16, pp. 89–95.
- Lupov S. Ju., Kryvosheev V. Y. Modyfikacija preobrazovanyja Vygnera-Vylja dlja analiza ynterferometrycheskyh dannyx gazodynamycheskyh processov, *Vestnyk Nyzhegorodskogo unyversyteta*, 2011, No. 5 (3), pp. 95–103.
- Vishneveckij O. V., Lazorenko O. V., Chernogor L. F. Analiz nelinejnyx volnovyx processov pri pomoshhi preobrazovaniya Vignera, *Radiofizika i radioastronomiya*, 2007, Vol. 12, No. 3, pp. 295–310.
- Mohseni H. R., Maghsoudi A., Kadbi M. H., Hashemi J., Ashourvan A. Automatic Detection of Epileptic Seizure using Time-Frequency Distributions, *Advances in Medical, Signal and Information Processing*. Tehran, Sharif University of Technology, 2006. – Access mode: [http://www.researchgate.net/publication/4251960\\_Automatic\\_Detection\\_of\\_Epileptic\\_Seizure\\_using\\_Time-Frequency\\_Distributions](http://www.researchgate.net/publication/4251960_Automatic_Detection_of_Epileptic_Seizure_using_Time-Frequency_Distributions)
- Guerrero-Mosquera C., Malanda Trigueros A., Franco J. I., Navia-Vázquez Á. New feature extraction approach for epileptic EEG signal detection using time-frequency distributions, *Medical & Biological Engineering & Computing*, April 2010, Vol. 48 (4), pp. 321–330.
- Jasper H. H. The ten-twenty electrode system of the International Federation, *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, 1958, Vol. 10, pp. 371–375.
- Niedermeyer E., Lopes da Silva F. The Normal EEG of the Waking Adult, *Electroencephalography : Basic Principles, Clinical Applications and Related Fields*. Baltimore, Lippincott Williams & Wilkins, 1999, pp. 149–173.
- Wigner E. P. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium, *Physical Review*, 1932, Vol. 40, pp. 749–759.
- Ville J. Théorie et applications de la notion de signal analytique, *Cables et Transmission*, 1948, Vol. 2 A, pp. 61–74.
- Jeon J.-J., Shin Y. S. Pseudo Wigner-Ville distribution, computer program and its applications to time-frequency domain problems. Monterey, California, Naval postgraduate school, 1993, 80 p.
- Debnath L. Recent developments in the Wigner-Ville distribution and time-frequency signal analysis, *Proceedings of the Indian National Science Academy : Physical Sciences*, 2002, Vol. 68 A, No. 1, pp. 35–56.
- Lazorenko O. V., Chernogor L. F. Sistemyj spektral'nyj analiz signalov: teoreticheskie osnovy i prakticheskie primeneniya, *Radiofizika i radioastronomiya*, 2007. Vol. 12, No. 2, pp. 162–181.
- Oliveira P. M., Barroso V. Ed. by B. Boashash Uncertainty In Time-Frequency Analysis, *Time-Frequency Signal Analysis and Processing : A comprehensive reference*. Oxford, UK, Elsevier, 2003, Chapter 4.4, pp. 114–121.
- O'Toole J., Mesbah M., Boashash B. A discrete time and frequency Wigner-Ville distribution: Properties and implementation, *Proceedings of the 8th International Symposium on DSP and Communication Systems, DSPCS'2005*. Dec. 19–21, 2005. Access mode : [http://qspace.qu.edu.qa/bitstream/handle/10576/10818/Boashash-OToole-et-al\\_2005\\_OZ\\_DSPCS\\_2005\\_discrete-t-f-WVD.pdf?sequence=1](http://qspace.qu.edu.qa/bitstream/handle/10576/10818/Boashash-OToole-et-al_2005_OZ_DSPCS_2005_discrete-t-f-WVD.pdf?sequence=1)

# НЕЙРОИНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ

## НЕЙРОИНФОРМАТИКА И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

### NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS

УДК 004.912:004.8

Бодянский Е. В.<sup>1</sup>, Рябова Н. В.<sup>2</sup>, Золотухин О. В.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры искусственного интеллекта Харьковского национального университета радиоэлектроники, Харьков, Украина

<sup>2</sup>Канд. техн. наук, доцент, и.о. зав. кафедрой искусственного интеллекта Харьковского национального университета радиоэлектроники, Харьков, Украина

<sup>3</sup>Ассистент кафедры искусственного интеллекта Харьковского национального университета радиоэлектроники, Харьков, Украина

## МНОГОСЛОЙНАЯ АДАПТИВНАЯ НЕЧЕТКАЯ ВЕРОЯТНОСТНАЯ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ В ЗАДАЧАХ КЛАССИФИКАЦИИ ТЕКСТОВЫХ ДОКУМЕНТОВ

Рассмотрена задача классификации текстовых документов на основе нечеткой вероятностной нейронной сети в режиме реального времени. В массиве текстовых документов может быть выделено различное количество классов, к которым могут относиться данные документы. При этом предполагается, что данные классы могут иметь в  $n$ -мерном пространстве различную форму и взаимно перекрываться. Предложена архитектура многослойной адаптивной нечеткой вероятностной нейронной сети, которая позволяет решать задачу классификации в последовательном режиме по мере поступления новых данных. Предложен алгоритм обучения многослойной адаптивной нечеткой вероятностной нейронной сети, а также решена задача классификации на основе предложенной архитектуры в условиях пересекающихся классов, что позволяет относить один экземпляр текстового документа к разным классам с различной степенью вероятности. Архитектура классифицирующей нейронной сети отличается простотой численной реализацией и высокой скоростью обучения, и предназначена для обработки больших массивов данных, характеризующихся векторами признаков высокой размерности. Предлагаемая нейронная сеть и метод ее обучения предназначены для работы в условиях пересекающихся классов, отличающихся как формой, так и размерами.

**Ключевые слова:** классификация, адаптивная нечеткая вероятностная нейронная сеть, пересекающиеся классы, нейроны в точках данных.

### НОМЕНКЛАТУРА

AFPNN – Adaptive Fuzzy Probabilistic Neural Network;

EPNN – Enhanced Probabilistic Neural Network;

FLVQ – Fuzzy LVQ;

FPNN – Fuzzy Probabilistic Neural Network;

PNN – Probabilistic Neural Network;

WTA – Winner Take All;

$c_j$  – среднее арифметическое;

$\tilde{N}$  – количество нейронов в скрытом слое;

$w_l(N)$  – обучающая выборка;

$\eta$  – параметр шага обучения;

$D$  – евклидово расстояние (метрика);

$j$  – нейрон-победитель;

$j^*$  – индекс прототипа-победителя;

$k$  – номер наблюдения;

$l$  – ширина активационной функции;

$m$  – число возможных классов;

$N$  – объем обучающей выборки;

$n$  – размерность векторов;

$N_X$  – количество векторов, относящихся к классу  $X$ ;

$o_l^{[i]}$  – выходной сигнал скрытого слоя;

$P$  – априорная вероятность;

$p$  – относительная частота появления образов;

$p(x)$  – функция плотности вероятностей;

$q^*$  – нейрон-победитель внутри блока;

$u_p$  – уровень принадлежности;

$w_{li}$  – синаптический вес;

$w_l^T$  – транспонированный вектор синаптических весов;

$x(k, j)$  – сигнал вектора-образа, который участвовал в классификации;

$x_i(k, j)$  – сигнал вектора-образа, с известной классификацией;

$x_i(l)$  – синаптические веса в скалярной форме;

$x(k)$  –  $n$ -мерный вектор признаков с номером классифицируемого образа  $k$ ;

$\sigma$  – параметр ширины активационной функции.

## ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день классификация текста считается достаточно сложной проблемой. Классификация текста является деятельностью, которая становится все более значимой в наши дни. Это обусловлено огромным объемом доступной информации и проблемой поиска информации. К тому же большинство используемых баз данных являются политематическими с большим количеством категорий, которые превращают задачу классификации текста в более сложную.

Возникли новые проблемы, среди которых наиболее острой является информационная перегруженность и, как следствие, необходимость классификации последовательно поступающих документов в режиме реального времени. Эта задача весьма актуальна, например, для информационных агентств, разнообразных Интернет-издательств, которые должны постоянно классифицировать поток поступающих текстовых документов, в том числе новостных сообщений, аналитических обзоров, дайджестов, статей, докладов и т.п. При этом документы, подлежащие классификации, как правило, характеризуются разнородностью (политематичностью), т.е. затрагивают сразу несколько тем, как весьма различных, так и очень близких.

On-line классификация такого рода текстовых документов не является тривиальной задачей, поскольку в небольшом фрагменте текста может содержаться весьма ценная информация, и отнесение к соответствующему классу нельзя игнорировать, а близко расположенные классы могут пересекаться и/или сливаться. Поэтому желательно учесть принадлежность анализируемого документа к каждому из потенциально интересующих пользователя классов.

В то же время большинство известных методов классификации относят текстовый документ к одному из четко различимых классов. Отсутствие возможности получить наиболее актуальную и полную информацию по конкретной теме делает бесполезной большую часть накопленных ресурсов. Поскольку исследование конкретной задачи требует все больших трудозатрат на непосредственный поиск и анализ информации по теме, многие решения принимаются на основе неполного представления о проблеме.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть задан массив, содержащий  $N$  текстовых документов, описываемых  $n$ -мерными векторами-признаками, при этом часть документов является классифицируемыми, а часть нет. Предполагается также априорно, что в массиве может быть выделено  $m$  различных классов, к которым могут относиться данные документы. При этом предполагается также, что данные классы могут иметь в  $m$ -мерном пространстве различную форму и взаимно перекрываться. Необходимо создать классифицирующую

нейро-фаззи систему, которая позволит производить простой и эффективный метод классификации при условии взаимно перекрывающихся классов и предложить архитектуру классифицирующей нечеткой вероятностной сети, которая позволит разбивать подающие на обработку документы как с точки зрения Байесовской, так и нечеткой классификации одновременно. Сеть должна быть простой в реализации и пригодной для обработки поступающих наблюдений в последовательном online режиме.

## 2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Достаточно эффективным средством для решения задачи классификации текстовых документов являются вероятностные нейронные сети, введенные Д. Ф. Шпехтом [1], обучение которых производится по принципу «нейроны в точках данных», что делает его крайне простым и быстрым. В [2–4] были введены модификации PNN, предназначенные для обработки текстовой информации и отличающиеся наличием элементов конкуренции в процессе обучения и возможностью коррекции рецепторных полей ядерных активационных функций. В [5–7] были введены нечеткие модификации вероятностных сетей, в том числе и для обработки текстов [8], позволяющие решать задачу классификации в условиях пересекающихся классов. Вместе с тем, использование PNN и FPNN в задачах обработки текстов усложняется в случаях, когда объемы анализируемой информации велики, а векторы признаков (образы) имеют достаточно высокую размерность. Это затруднение объясняется тем, что как в PNN, так и в других нейронных сетях, обучаемых по принципу «нейроны в точках данных» [9], количество нейронов первого скрытого слоя (слоя образов) определяется числом векторов-образов обучающей выборки  $N$ , что, естественно, приводит к снижению скорости действия и требует хранения всех данных, использованных в процессе обучения сети, что естественно затрудняет работу в on-line режиме. Для преодоления этого недостатка в [10] была предложена улучшенная вероятностная нейронная сеть, где первый скрытый слой образован не образами, а прототипами классов, вычисленных с помощью обычного  $K$ -среднего (НСМ) в пакетном режиме. Поскольку в задачах классификации число возможных классов  $m$  обычно существенно меньше объема обучающей выборки  $N$ , EPNN гораздо лучше приспособлена для решения реальных задач, чем стандартная PNN.

Вместе с тем, можно отметить такие основные недостатки EPNN, как возможность обучения только в пакетном режиме, когда обучающая выборка задана заранее, и четкий результат классификации (отнесение предъявляемого образа только к одному классу), в то время как при обработке текстовых документов достаточно часто возникает ситуация, когда анализируемый текст с различными уровнями принадлежности может одновременно относиться сразу к нескольким, возможно пересекающимся классам. В связи с этим в [11] была предложена нечеткая вероятностная сеть, где в первом скрытом слое производится адаптивное уточнение прототипов с помощью WTA-правила обучения Т. Кохонена [12], а выходной слой оценивает уровни принадлежности посту-

пающих на обработку образов к тем или иным классам с помощью процедуры нечетких  $C$ -средних (FCM) [13]. Такая сеть содержит минимально возможное количество нейронов, равное числу классов и потому характеризуется высоким быстродействием. Вместе с тем же сеть не учитывает ни размеры классов, ни частоту появления образов в каждом из этих классов, что естественно ограничивает ее возможности при обработке данных, чьи прототипы удалены друг от друга на различное расстояние, которые к тому же может изменяться с течением времени.

### 3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Классические вероятностные нейронные сети Д. Ф. Шпехта предназначены для решения задач байесовской классификации (распознавания образов на основе байесовского подхода), состоящего в том, что класс с наиболее плотным распределением в области неклассифицированного предъявляемого образа  $x(k)$  будет иметь преимущество по сравнению с другими классами. Также будет иметь преимущество и класс с высокой априорной вероятностью. Так, для трех возможных классов  $A$ ,  $B$  и  $C$  в соответствии с байесовским правилом выбирается класс  $A$ , если  $P_A P_A(x) > P_B P_B(x)$  AND  $P_A P_A(x) > P_C P_C(x)$ .

Стандартная PNN состоит из входного (рецепторного) слоя, первого скрытого, именуемого слоем образов, второго скрытого, называемого слоем суммирования, и выходного слоя, образованного компаратором, выделяющим максимальное значение на выходе второго скрытого слоя.

Исходной информацией для синтеза сети является обучающая выборка образов, образованная «пакетом»  $n$ -мерных векторов  $x(1), x(2), \dots, x(k), \dots, x(N)$  с известной классификацией. Предполагается также, что  $N_A$  векторов относятся к классу  $A$ ,  $N_B$  к классу  $B$  и  $N_C$  к классу  $C$ , т.е.  $N_A + N_B + N_C = N$ , а априорные вероятности могут быть рассчитаны с помощью элементарных соотношений:

$$P_A = \frac{N_A}{N}, P_B = \frac{N_B}{N}, P_C = \frac{N_C}{N}, P_A + P_B + P_C = 1.$$

Количество нейронов в слое образов сети Шпехта равно  $N$  (по одному нейрону на каждый образ), а их синаптические веса определяются значениями компонент этих образов по принципу «нейроны в точках данных» так, что  $w_{li} = x_i(l), i = 1, 2, \dots, n; l = 1, 2, \dots, N$ , или в векторной форме  $w_l = x(l) = (x_1(l), x_2(l), \dots, x_n(l))^T$ .

Очевидно, что обучение в данном случае сводится к однократной установке весов, что делает его крайне простым.

Каждый из нейронов слоя образов имеет колоколообразную функцию активации, с помощью которой предъявляемый сети сигнал  $x(k)$  преобразуется в скалярный выход нейрона  $o_l^{[i]}(k) = \Phi(\|x(k) - w_l\|, \sigma)$  чаще всего на основе гауссиана

$$o_l^{[i]}(k) = \exp\left(-\frac{\|x(k) - w_l\|^2}{2\sigma^2}\right).$$

В [11] было показано, что в задачах нечеткой классификации более естественно использовать распределение Коши в виде

$$o_l^{[i]}(k) = \frac{1}{1 + \frac{\|x(k) - w_l\|^2}{2\sigma^2}},$$

где параметр  $\sigma$  задает ширину,  $l = 1(A), 2(A), \dots, N_A(A), N_A + 1(B), \dots, N_A + N_B(B), N_A + N_B + 1(C), \dots, N(C)$ .

Для упрощения численной реализации входные векторы рекомендуется предварительно нормировать на гиперсферу [12] так, что  $\|x(k)\| = \|w_l\| = 1$ , что ведет к более простой форме активационной функции

$$o_l^{[i]}(k) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + (1 + w_l^T x(k))}.$$

Слой суммирования образован обычными сумматорами, число которых равно числу классов (в рассматриваемом случае – три), которые просто суммируют выходы нейронов слоя образов, а выходной компаратор выделяет класс с максимальным выходным сигналом второго слоя.

Поскольку при работе с текстовыми документами  $N$  может быть велико, работа в online-режиме с помощью стандартной PNN весьма затруднительна. Именно по этой причине в [10] была введена крайне простая архитектура, число нейронов в которой равно числу классов (в нашем примере три), а классификация производится с помощью оценки расстояния до прототипов классов, вычисленных с помощью среднего арифметического

$$c_j = \frac{1}{N_j} \sum_{k=1}^{N_j} x(k, j), j = 1, 2, \dots, m,$$

в нашем случае  $m = 3, j = 1$  соответствует классу  $A$ ,  $j = 2 - B$  и  $j = 3 - C$ .

Понятно, что такая элементарная схема не способна оценить ни размеры классов, ни их взаимное перекрытие.

Для устранения указанных недостатков и предлагается многослойная адаптивная нечеткая вероятностная нейронная сеть, архитектура которой приведена на рис. 1.

Первый скрытый слой содержит  $m$  однотипных блоков (на рис. 1 –  $A, B$  и  $C$ ) по числу возможных классов, которое может изменяться в процессе online-обучения. Каждый из блоков содержит одинаковое число нейронов  $\tilde{N} + 1$  ( $\tilde{N}_A = \tilde{N}_B = \tilde{N}_C = \tilde{N}$ ), при этом в каждом блоке  $\tilde{N}$  нейронов (в нашем примере 3) обучаются по принципу «нейроны в точках данных», а один нейрон  $c_j$  ( $c_A, c_B, c_C$ ) вычисляет прототипы классов. В каждом блоке между отдельными нейронами и между блоками в целом по внутриблочным и межблочным латеральным связям организуется процесс «конкуренции» по Кохонену, позволяющий оценить как центры (прототипы) классов, так и их размеры. Второй скрытый слой

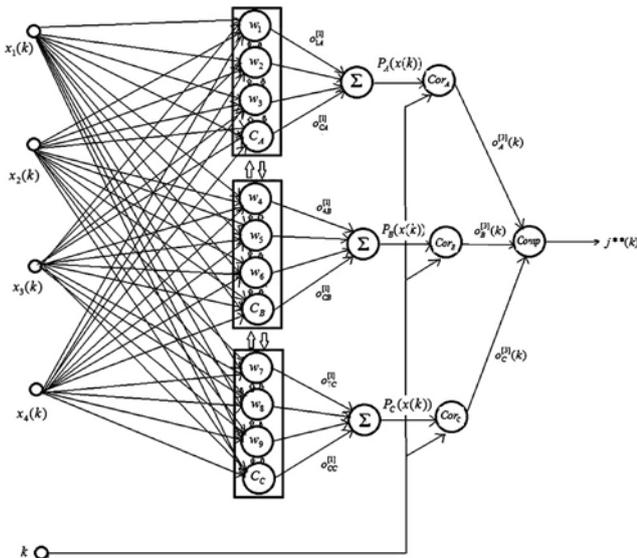


Рисунок 1 – Многослойная адаптивная нечеткая вероятностная сеть

сумматоров аналогичен слою в сети Шпехта, в третьем скрытом слое коррекции априорных вероятностей подсчитываются частоты появления образов в каждом из классов, а выходной слой-компаратор реализует собственно классификацию предъявленного образа.

Процесс обучения сети начинается с установки начальных синаптических весов всех нейронов. Для архитектуры, приведенной на рис. 1, необходимо иметь девять ( $\tilde{N} \cdot m$ ) классифицированных образов по три на каждый класс *A*, *B* и *C*.

Так, например,

$$\begin{aligned} x(1, A) &= w_1(0), x(2, A) = w_2(0), x(3, A) = w_3(0), \\ x(4, B) &= w_4(0), x(5, B) = w_5(0), x(6, B) = w_6(0), \\ x(7, C) &= w_7(0), x(8, C) = w_8(0), x(9, C) = w_9(0), \end{aligned}$$

$$c_A(0) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 x(k, A), c_B(0) = \frac{1}{3} \sum_{k=4}^6 x(k, B), c_C(0) = \frac{1}{3} \sum_{k=7}^9 x(k, C).$$

Далее векторы-образы, участвовавшие в формировании начальных условий, не используются и все последующие сигналы будут обозначаться  $x(k, j)$ , если они относятся к обучающей выборке  $x(k)$ , если они подлежали классификации.

Итак, пусть на вход сети подается первый образ  $x(1, j)$ , относительно которого известна его принадлежность к конкретному классу *A* или *B* или *C*. В результате межблочной конкуренции определяется прототип победитель  $j^*$  (при этом  $j$  не обязательно равно  $j^*$ ), вектор параметров которого  $c_{j^*}(0)$  в смысле принятой метрики (обычно евклидовой) наиболее близок к входному сигналу  $x(1, j)$ , т. е.

$$\begin{aligned} j^* &= \arg \min_p (D(x(1, j), c_p(0))) = \arg \min_p \|x(1, j) - c_p(0)\|^2 = \\ &= \arg \max_p x^T(1, j) c_p(0) = \arg \max_p \cos(x(1, j), \\ &c_p(0)) \quad \forall p = 1, 2, \dots, m, \end{aligned}$$

при этом очевидно, что  $-1 \leq \cos(x(1, j), c_p(0)) = x^T(1, j) c_p(0) \leq 1$  и  $0 \leq \|x(1, j) - c_p(0)\|^2 \leq 4$ .

При этом возможно возникновение двух взаимоисключающих ситуаций:

- входной вектор  $x(1, j)$  и прототип-победитель  $c_{j^*}(0)$  принадлежат одному классу, т. е.  $j = j^*$ ;
- входной вектор  $x(1, j)$  и победитель  $c_{j^*}(0)$  принадлежат разным классам, т. е.  $j \neq j^*$ .

Далее производится настройка параметров нейронов и прототипов с помощью нечеткого LVQ правила обучения [14]

$$c_j(1) = \begin{cases} c_{j^*}(0) + \eta(1)(x(1, j) - c_{j^*}(0)), & \text{если } j = j^*; \\ c_{j^*}(0) - \eta(1)(x(1, j) - c_{j^*}(0)), & \text{если } j \neq j^*; \\ c_j(0), & \text{если } j\text{-й нейрон не победил,} \end{cases}$$

здесь  $0 < \eta(1) < 1$  – параметр шага обучения, выбираемый обычно из эмпирических соображений.

Далее в случае пересекающихся классов несложно определить уровень принадлежности образа  $x(1, j)$  к каждому из  $m$  имеющихся классов в виде [14]

$$u_p(1) = \frac{\|x(1, j) - c_p(1)\|^{-2}}{\sum_{l=1}^m \|x(1, j) - c_l(1)\|^{-2}}, \quad p = 1, 2, \dots, m.$$

На этом этапе межблочной конкуренции заканчивается.

На этапе внутриблочной конкуренции в блоке, соответствующем классу  $j$  рассчитываются расстояния  $D(c_j(1), w_q(0)) = \|c_j(1) - w_q(0)\|^2$ , где  $q$  пробегает все номера нейронов, соответствующих  $j$ -ому классу. Далее внутри  $j$ -го блока рассчитывается свой победитель  $q^*(0) = \arg \min_q (D(c_j(1), w_q(0)))$ , ближайший к прототи-

пу  $j$ -го класса и в случае, если выполняется условие  $D(c_j(1), w_{j^*}(0)) < D(c_j(1), x(1, j))$ , вектор центра  $q^*$ -й функции активации заменяется на  $x(1, j)$ , увеличивая тем самым размеры класса, т.е.  $w_{q^*}(1) = x(1, j)$ . В противном случае все  $w_q(0)$  остаются неизменными, увеличивая на единицу только свой индекс так, что  $w_q(1) = w_q(0)$ .

Таким образом, в процессе обучения по принципу «нейроны в точках данных» включаются только наблюдения, далеко отстоящие от текущего значения прототипа.

Пусть к моменту поступления  $k$ -го наблюдения обучающей выборки сформированы все прототипы  $c_j(k-1)$  и векторы параметров нейронов  $w_l(k-1)$  общим числом  $\tilde{N}m$ . Тогда процесс обучения первого скрытого слоя может быть записан в виде следующей последовательности шагов:

- поступление на вход сети вектора-образа  $x(k, j)$  с известной классификацией;
- определение прототипа-победителя  $c_{j^*}(k-1)$  такого, что

$$j^*(k-1) = \arg \min_p (D(x(k, j), c_p(k-1))), p = 1, 2, \dots, m;$$

– настройка параметра прототипа-победителя так, что

$$c_j(k) = \begin{cases} c_{j^*}(k-1) + \eta(k)(x(k, j) - c_{j^*}(k-1)), & \text{если } j = j^*; \\ c_{j^*}(k-1) - \eta(k)(x(k, j) - c_{j^*}(k-1)), & \text{если } j \neq j^*; \\ c_j(k-1), & \text{если } j\text{-й нейрон не победил,} \end{cases}$$

– расчет уровней принадлежности

$$u_p(k) = \frac{\|x(k, j) - c_p(k)\|^{-2}}{\sum_{l=1}^m \|x(k, j) - c_l(k)\|^{-2}}, p = 1, 2, \dots, m;$$

– расчет внутриблочных расстояний в  $j$ -м классе

$D(c_j(k), w_q(k-1))$ , где  $q$ -все индексы нейронов  $j$ -блока;

– определение внутриблочного победителя  $w_{q^*}(k-1)$

такого, что  $q^*(k-1) = \arg \min_q (D(c_j(k), w_q(k-1)))$ ,

– при выполнении условия

$D(c_j(k), w_{j^*}(k-1)) < D(c_j(k), x(k, j))$  производится замена  $w_{q^*}(k) = x(k, j)$  и  $w_q(k) = w_q(k-1)$ .

Процесс обучения этого слоя производится до исчерпания обучающей выборки, т. е. завершается вычислением всех  $c_j(N)$  и всех  $\tilde{N}m$  весов  $w_l(N)$ .

Одновременно с этим в третьем скрытом слое происходит процесс подсчета относительных частот появления образов из разных классов

$$p_j = \frac{N_j}{N}.$$

На этом процесс обучения многослойной адаптивной нечеткой вероятностной нейронной сети завершается.

Пусть на вход обученной сети поступает некий неклассифицированный образ  $x(k), k > N$ . Этот сигнал поступает на все  $\tilde{N}m$  нейронов сети, на выходах которых появляются значения

$$o_l^{[l]}(k) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + (1 + w_l^T(N)x(k))}.$$

Здесь же в первом скрытом слое вычисляются уровни принадлежности к каждому из возможных классов

$$u_j(k) = \frac{\|x(k) - c_j(N)\|^{-2}}{\sum_{l=1}^m \|x(k) - c_l(N)\|^{-2}}.$$

В принципе, можно говорить о принадлежности  $x(k)$  к конкретному классу по максимальному значению принадлежности, однако в этом случае речь идет только о нечеткой классификации [14], а не байесовской.

Далее сумматоры второго скрытого слоя вычисляют плотности вероятностей

$$o_j^{[2]}(k) = \sum_q o_q^{[1]}(k), j = 1, 2, \dots, m,$$

а  $q$  пробегает все номера нейронов (всего  $\tilde{N} + 1$ ), соответствующих  $j$ -му классу.

В третьем скрытом слое вычисляются произведение

$$o_l^{[3]}(k) = \frac{N_j}{N} o_j^{[2]}(k) = P_j p_j(x(k))$$

и, наконец, компаратор выходного слоя вычисляет класс победитель  $j^{**}(k)$ , которому с наибольшей вероятностью принадлежит предъявленный образ  $x(k)$ .

При предъявлении последующих образов  $x(k+1), x(k+2), \dots$  классификация происходит аналогично предыдущему образу.

#### 4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В качестве экспериментальных данных использовалась выборка «20 Newsgroups», которая представляет собой набор из примерно 20000 новостных документов, разделенных на 20 различных групп. Этот текстовый корпус стал популярным набором данных для экспериментов в области интеллектуальной обработки текстовой информации. Одной из отличительных особенностей этой коллекции является значительный разброс в размерах документов, что осложняет задачу обработки информации. Исходная выборка данных была разделена на обучающую и тестирующую (60% и 40% соответственно).

Для эксперимента было выбрано 150 документов из различных категорий. После предварительной обработки было получено 61118 терминов для формирования вектора признаков для работы вероятностных нейронных сетей. Для оценки качества классификации использовались внешние меры полноты и точности).

#### 5 РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты сравнения производительности простой FPNN и AFPNN для одинакового количества признаков представлены в табл. 1.

В ходе эксперимента рассматривалось, прежде всего, качество работы AFPNN. В табл. 2 представлен результат работы метода для значения параметра ширины активационной функции  $\sigma = 0,05$ . Показано, что в результате работы формируется набор значений вероятностей принадлежности входного текстового объекта к нескольким классам.

#### 6 ОБСУЖДЕНИЕ

Предложенная авторами нейро-фаззи сеть позволяет решать задачу с точки зрения как нечеткой, так и вероятностной классификации, что обеспечивает ей преимущество по сравнению с классическими Байесовскими сетями и вероятностными нейронными сетями, все из которых не могут решать задачу в условиях перекрывающихся классов. Становится возможным определить более точные значения вероятностей принадлежности входящего текстового объекта к каждому из потенциально возможных классов. Данный метод предусматривает возможность обработки информации по мере ее поступления, характеризуется простотой реализации и высокой скоростью обработки информации.

Таблица 1 – Сравнительная характеристика качества классификации с использованием стандартной FPNN и AFPNN

Название класса	Количество документов	Точность		Отзыв	
		FPNN	AFPNN	FPNN	AFPNN
comp.graphics	100	0,73	0,81	0,78	0,83
comp.os.ms-windows.misc	80	0,65	0,69	0,71	0,79
comp.sys.ibm.pc.hardware	70	0,63	0,67	0,69	0,76
comp.sys.mac.hardware	20	0,60	0,61	0,64	0,72

Таблица 2 – Пример работы классификации с параметром ширины активационной функции  $\sigma = 0,05$

№ входящего текстового объекта	Вероятность принадлежности к первому классу	Вероятность принадлежности ко второму классу	Вероятность принадлежности к третьему классу
1	1	$1,2412 \cdot 10^{-144}$	$1,0302 \cdot 10^{-132}$
2	0,24081	$9,1785 \cdot 10^{-16}$	0,75919
3	$6,2498 \cdot 10^{-81}$	1	$7,7081 \cdot 10^{-68}$
4	$5,427 \cdot 10^{-56}$	1	$2,3617 \cdot 10^{-64}$
5	$3,6966 \cdot 10^{-12}$	1	$2,5228 \cdot 10^{-45}$

### ВЫВОДЫ

Рассмотрена задача одновременной online нечеткой и вероятностной классификации текстовых документов, поступающих на обработку последовательно в реальном времени.

Введена архитектура классифицирующей нейронной сети, отличающаяся простотой численной реализации и высокой скоростью обучения и предназначенная для обработки больших массивов данных, характеризующихся векторами признаков высокой размерности. Предлагаемая нейронная сеть и метод ее обучения предназначены для работы в условиях пересекающихся классов, отличающихся как формой, так и размерами.

### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках госбюджетной научно-исследовательской темы Харьковского национального университета радиоэлектроники №265-1 «Методы создания общей онтологической базы социально-экономической образовательно-научной сети с целью интеграции в европейское пространство» при поддержке национального проекта TRUST: Towards Trust in Quality Assurance Systems программы «Tempus» Европейской комиссии (регистрационный номер 516935-TEMPUS-1-2011-1-FITEMPUS-SMGR).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Specht D. F. Probabilistic neural networks / D. F. Specht // Neural Networks. – 1990. – Vol. 3 (1). – P. 109–118.
2. Бодянский Е. В. Семантическое аннотирование текстовых документов с использованием модифицированной вероятностной нейронной сети / Е. В. Бодянский, О. В. Шубкина // Системные технологии. – Днепропетровск, 2011. – Вып. 4 (75). – С. 48–55.
3. Bodyanskiy Ye. Semantic annotation of text documents using modified probabilistic neural network / Ye. Bodyanskiy, O. Shubkina // Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications: 6<sup>th</sup> IEEE International Conferences, Prague, 15–17 September 2011: – Prague: Czech Technical University In Prague, 2011. – P. 328–331.
4. Bodyanskiy Ye. Semantic annotation of text documents using evolving neural network based on principle «Neurons at Data Points» / Ye. Bodyanskiy, O. Shubkina // Workshop on Inductive Modelling «IWIM 2011»: 4<sup>th</sup> International Conference, Zhukyn-Kyiv, 4–10 July 2011: Kyiv: IRTC ITS, 2011. – P. 31–37.
5. Bodyanskiy Ye. A learning probabilistic neural network with fuzzy inference / Ye. Bodyanskiy, Ye. Gorshkov, V. Kolodyazhnyi,

J. Wernstedt // Artificial Neural Nets and Genetic Algorithms «ICANN 2003»: 6th International Conference, Roanne, France April 23-25 April 2003: proceedings. – Wien: Springer-Verlag, 2003. – P. 13–17.

6. Bodyanskiy Ye. Resource-allocating probabilistic neuro-fuzzy network / Ye. Bodyanskiy, Ye. Gorshkov, V. Kolodyazhnyi // European Union Society for Fuzzy Logic and Technology «EUSFLAT 2003»: 3rd International Conference, Zittau: proceedings. – Zittau: University of Applied Sciences at Zittau/Goerlitz, 2003. – P. 392–395.
7. Bodyanskiy Ye. Probabilistic neuro-fuzzy network with non-conventional activation functions / Ye. Bodyanskiy, Ye. Gorshkov, V. Kolodyazhnyi, J. Wernstedt // Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems: 7th International Conference KES 2003, Oxford, 3–5 September 2003: proceedings. – Berlin-Heidelberg-New York: Springer, 2003. – P. 973–979. – (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2774).
8. Бодянский Е. В. Классификация текстовых документов с помощью нечеткой вероятностной нейронной сети / Е. В. Бодянский, Н. В. Рябова, О. В. Золотухин // Восточно-европейский журнал передовых технологий – 2011. – № 6/2 (54). – С.16–18.
9. Zahirniak D. R. Pattern recognition using radial basis function network / D. R. Zahirniak, R. Chapman, S. K. Rogers, B. W. Suter, M. Kabrisky, V. Pyatti // Aerospace Application of Artificial Intelligence: 6 International Conference, 5–8 June 1990: proceedings. – Dayton: Ohio, 1990. – P. 249–260.
10. Ciarelli P. M. An enhanced probabilistic neural network approach applied to text classification / P. M. Ciarelli, E. Oliveira // Progress in Pattern Recognition, Image Analysis, Computer Vision, and Applications: 14th Iberoamerican Conference CIARP 2009, Jalisco, 15–18 November 2009: proceedings. – Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. – P. 661–668. – (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 5856).
11. Bodyanskiy Ye. Modified probabilistic neuro-fuzzy network for text documents processing / Ye. Bodyanskiy, I. Pliss, V. Volkova // International Journal Computing. – 2012. – 11. – № 4. – P. 391–396.
12. Kohonen T. Self-Organizing Maps / T. Kohonen. – Berlin: Springer, 1995. – 362 p.
13. Bezdek J. C. Convergence theory for fuzzy c-means: Counterexamples and repairs / J. C. Bezdek, R. J. Hathaway, M. J. Sabin, W. T. Tucker // IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics.–1987. – SMC-17. – № 5.– P. 873–877.
14. Bezdek J. C. Fuzzy Models and Algorithms for Pattern Recognition and Image Processing / J. C. Bezdek, J. Keller, R. Krishnapuram, N. R. Pal // N.Y.: Springer Science + Business Media, Inc., 2005. – 776 p.

Статья поступила в редакцию 17.10.2014.  
После доработки 22.12.2014.

Бодянский С. В.<sup>1</sup>, Рябова Н. В.<sup>2</sup>, Золотухин О. В.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Д-р техн. наук, професор, професор кафедри штучного інтелекту Харківського національного університету радіоелектроніки, Харків, Україна

<sup>2</sup>Канд. техн. наук, доцент, в.о. зав. кафедрою штучного інтелекту Харківського національного університету радіоелектроніки, Харків, Україна

<sup>3</sup>Асистент кафедри штучного інтелекту Харківського національного університету радіоелектроніки, Харків, Україна

## БАГАТОШАРОВА АДАПТИВНА НЕЧІТКА ІМОВІРНІСНА НЕЙРОННА МЕРЕЖА В ЗАДАЧАХ КЛАСИФІКАЦІЇ ТЕКСТОВИХ ДОКУМЕНТІВ

Розглянуто задачу класифікації текстових документів на основі нечіткої імовірнісної нейронної мережі в режимі реального часу. У масиві текстових документів може бути виділено різну кількість класів, до яких можуть відноситися дані документи. При цьому передбачається що дані класи можуть мати в  $n$ -вимірному просторі різну форму і взаємно перекриватися. Запропонована архітектура багатопшарової адаптивної нечіткої імовірнісної нейронної мережі, яка дозволяє вирішувати задачу класифікації в послідовному режимі по мірі надходження нових даних. Запропонований алгоритм навчання багатопшарової адаптивної нечіткої імовірнісної нейронної мережі, а також вирішена задача класифікації на основі запропонованої архітектури в умовах пересічних класів, що дозволяє відносити один екземпляр текстового документа до різних класів з різним ступенем імовірності. Архітектура класифікуючої нейронної мережі відрізняється простотою чисельної реалізацією і високою швидкістю навчання, і призначена для обробки великих масивів даних, що характеризуються векторами ознак високої розмірності. Пропонована нейронна мережа і метод її навчання призначені для роботи в умовах пересічних класів, що відрізняються як формою, так і розмірами.

**Ключові слова:** класифікація, адаптивна нечітка імовірнісна нейронна мережа, класи, що перетинаються, нейрони в точках даних.

Bodyanskiy Ye. V.<sup>1</sup>, Ryabova N. V.<sup>2</sup>, Zolotukhin O. V.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Dr.Sc., Professor, Professor of Department of Artificial Intelligence, Kharkiv National University of Radioelectronics, Kharkiv, Ukraine

<sup>2</sup>PhD., Associate Professor, Acting Head of Department of Artificial Intelligence, Kharkiv National University of Radioelectronics, Kharkiv, Ukraine

<sup>3</sup>Assistant of the Department of Artificial Intelligence, Kharkiv National University of Radioelectronics, Kharkiv, Ukraine

## MULTILAYER ADAPTIVE FUZZY PROBABILISTIC NEURAL NETWORK IN CLASSIFICATION PROBLEMS OF TEXT DOCUMENTS

The problem of text documents classification based on fuzzy probabilistic neural network in real time mode is considered. A different number of classes, which may include such documents, can be allocated in an array of text documents. It is assumed that the data classes can have an  $n$ -dimensional space of different shape and mutually overlap. The architecture of the multilayer adaptive fuzzy probabilistic neural network, which allow to solve the problem of classification in sequential mode as new data become available, is proposed. An algorithm for training the multilayer adaptive fuzzy probabilistic neural network is proposed, and the problem of classification is solved on the basis of the proposed architecture in terms of intersecting classes, which allows to determine the belonging a single instance of a text document to different classes with varying degrees of probability. Classifying neural network architecture characterized by simple numerical implementation and high speed training, and is designed to handle large data sets, characterized by the feature vectors of high dimension. The proposed neural network and its learning method designed to work in conditions of overlapping classes, differing both the form and size.

**Keywords:** classification, adaptive fuzzy probabilistic neural network, overlapping classes, neurons in the data points.

## REFERENCES

1. Specht D. F. Probabilistic neural networks, *Neural Networks*, 1990, Vol. 3 (1), pp. 109–118.
2. Bodyanskiy Ye. V., Shubkina O. V. Semanticheskoe annotirovanie tekstovyykh dokumentov s ispol'zovaniem modifitsirovannoy veroyatnostnoy nejronnoy seti, *Sistemnye tehnologii*. Dnepropetrovsk, 2011, Vyp.4 (75), pp. 48–55.
3. Bodyanskiy Ye., Shubkina O. Semantic annotation of text documents using modified probabilistic neural network, *Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications: 6th IEEE International Conferences*, Prague, 15–17 September 2011. Prague, Czech Technical University In Prague, 2011, pp. 328–331.
4. Bodyanskiy Ye., Shubkina O. Semantic annotation of text documents using evolving neural network based on principle «Neurons at Data Points», *Workshop on Inductive Modelling «IWIM 2011»*, 4th Interational Conference, Zhukyn-Kyiv, 4–10 July 2011. Kyiv, IRTC ITS, 2011, pp. 31–37.
5. Bodyanskiy Ye., Gorshkov Ye., Kolodyazhnyi V., Wernstedt J. A learning probabilistic neural network with fuzzy inference, *Artificial Neural Nets and Genetic Algorithms «ICANGA 2003»*, 6th International Conference, Roanne, France April 23–25 April 2003, *proceedings*. Wien, Springer-Verlag, 2003, pp. 13–17.
6. Bodyanskiy Ye., Gorshkov Ye., Kolodyazhnyi V. Resource-allocating probabilistic neuro-fuzzy network, *European Union Society for Fuzzy Logic and Technology «EUSFLAT 2003»*, 3rd International Conference, Zittau, *proceedings*. Zittau, University of Applied Sciences at Zittau/Goerlitz, 2003, pp. 392–395.
7. Bodyanskiy Ye., Gorshkov Ye., Kolodyazhnyi V., Wernstedt J. Probabilistic neuro-fuzzy network with non-conventional activation functions, *Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems, 7th International Conference KES 2003, Oxford, 3–5 September 2003, proceedings*. Berlin-Heidelberg-New York, Springer, 2003, pp. 973–979. (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2774)
8. Bodyanskiy Ye. V., Ryabova N. V., Zolotukhin O. V. Klassifikacija tekstovyykh dokumentov s pomoshh'yu nechetkoj veroyatnostnoy nejronnoy seti / Ye.V. Bodyanskiy, // *Vostochno-evropejskij zhurnal peredovyykh tehnologij*, 2011, №6/2 (54), pp. 16–18
9. Zahiriak D. R., Chapman R., Rogers S. K., Suter B. W., Kabrisky M., Pyatti V. Pattern recognition using radial basis function network, *Aerospace Application of Artificial Intelligence, 6 International Conference, 5–8 June 1990, proceedings*. Dayton, Ohio, 1990, pp. 249–260.
10. Ciarelli P. M., Oliveira E. An enhanced probabilistic neural network approach applied to text classification, *Progress in Pattern Recognition, Image Analysis, Computer Vision, and Applications, 14th Iberoamerican Conference CIARP 2009, Jaisco, 15–18 November 2009, proceedings*. Berlin-Heidelberg, Springer-Verlag, 2009, pp. 661–668. – (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 5856)
11. Bodyanskiy Ye., Pliss I., Volkova V. Modified probabilistic neuro-fuzzy network for text documents processing, *International Journal Computing*, 2012, 11, No.4, pp. 391–396.
12. Kohonen T. *Self-Organizing Maps*. Berlin, Springer, 1995, 362 p.
13. Bezdek J. C., Hathaway R.J., Sabin M. J., Tucker W. T. Convergence theory for fuzzy c-means: Counterexamples and repairs, *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics*, 1987, SMC-17, No. 5, pp. 873–877.
14. Bezdek J. C., Keller J., Krishnapuram R., Pal N. R. *Fuzzy Models and Algorithms for Pattern Recognition and Image Processing*. N.Y, Springer Science + Business Media, Inc., 2005, 776 p.

## БЫСТРЫЙ МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХ ВЫБОРОК ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПО ПРЕЦЕДЕНТАМ

Решена задача формирования обучающих выборок для автоматизации построения нейросетевых моделей по прецедентам. Предложен метод формирования выборок, который автоматически выделяет из исходной выборки обучающую и тестовую выборки, не требуя загрузки всей исходной выборки в память ЭВМ, осуществляя поэкземплярную обработку исходной выборки с хэширующим преобразованием на одномерную ось, формирует эталоны кластеров на обобщенной оси, минимизируя их число, что позволяет повысить скорость формирования выборок, снизить требования к вычислительным ресурсам и памяти ЭВМ и обеспечить приемлемый уровень точности синтезируемых моделей. Разработанный метод не требует многократных проходов по выборке, ограничиваясь всего тремя просмотрами. При этом метод хранит в оперативной памяти только один текущий экземпляр и набор сформированных одномерных эталонов, который минимизирован по объему. В отличие от методов на основе случайного отбора и кластер-анализа предложенный метод автоматически определяет размер формируемых обучающей и тестовой выборок, не требуя участия человека. Разработано программное обеспечение, реализующее предложенный метод, на основе которого решена практическая задача построения модели принятия решений для индивидуального прогнозирования состояния пациента, больного гипертонией.

**Ключевые слова:** выборка, формирование выборки, экземпляр, нейронная сеть, индивидуальное прогнозирование, обучение по прецедентам.

### НОМЕНКЛАТУРА

ЭВМ – электронная вычислительная машина;  
 $C_*^q(k)$  –  $k$ -й хэш-эталон  $q$ -го класса;  
 $C_*^k$  – набор хэш-эталонов  $k$ -го класса;  
 $d$  – расстояние;  
 $E$  – ошибка модели;  
 $E_{об.}$  – ошибка обученной нейромодели при распознавании обучающей выборки;  
 $E_{расп.}$  – ошибка обученной нейромодели при распознавании тестовой выборки;  
 $f$  – критерий качества;  
 $F()$  – структура нейросетевой модели;  
 $i^*$  – номер ближайшего хэш-эталона к хэшу рассматриваемого экземпляра;  
 $Ind$  – набор номеров экземпляров класса;  
 $j$  – номер текущего признака;  
 $K$  – число классов;  
 $k^q$  – указатель числа эталонов  $q$ -го класса;  
 $M$  – объем использованной оперативной памяти;  
 $n$  – размерности входа;  
 $N$  – число входных признаков;  
 $O$  – символ Ландау;  
 $opt$  – условное обозначение оптимума;  
 $Q$  – число кластеров;  
 $q$  – номер класса;  
 $Realmax$  – максимальное вещественное число, представимое в разрядной сетке ЭВМ;  
 $s$  – номер текущего экземпляра  
 $S$  – число прецедентов в выборке;  
 $S'$  – объем сформированной обучающей выборки;  
 $t$  – время, затраченное на формирование выборки;  
 $t_{об.}$  – время, затраченное на обучение;

$w$  – набор значений параметров нейронной сети;  
 $X$  – исходная выборка;  
 $x'$  – набор входных признаков в обучающей выборке;  
 $x$  – набор входных признаков в исходной выборке;  
 $x_j$  –  $j$ -й входной признак в исходной выборке;  
 $x_j^{\max}$  – максимальное значение  $j$ -го признака;  
 $x_j^{\min}$  – минимальное значение  $j$ -го признака;  
 $x^s$  –  $s$ -й экземпляр выборки;  
 $X_*^s$  – хэш  $s$ -го экземпляра;  
 $x_j^s$  – значение  $j$ -го входного признака для  $s$ -го прецедента;  
 $X_{об.}^{\min}$  – обучающая выборка;  
 $X_{тест.}^{\min}$  – тестовая выборка;  
 $y$  – выходной признак в исходной выборке;  
 $y^s$  – значение выходного признака для  $s$ -го прецедента;  
 $y'$  – выходной признак в обучающей выборке;  
 $\chi$  – вычислительная сложность хэш-преобразования одного экземпляра.

### ВВЕДЕНИЕ

Для автоматизации поддержки принятия решений в диагностике возникает необходимость построения диагностических моделей. Зачастую на практике из-за отсутствия или недостатка экспертных знаний построение диагностических моделей предполагает использование экспериментальных наблюдений за состоянием диагностируемого объекта, в процессе которого с помощью методов искусственного интеллекта осуществляется извлечение знаний из данных. Искусственные нейронные и нейро-нечеткие сети [1] являются наиболее широко применяемым классом методов искусственного интеллекта при построении моделей по прецедентам.

Объектом исследования является процесс построения диагностических моделей на основе нейронных сетей.

Методы обучения нейросетей [1, 2], как правило, характеризуются высокой итеративностью, а также значительными затратами времени на обучение нейросетей при большой размерности обучающих данных. В таких случаях применение нейросетевых технологий оказывается затруднительным. Это вызывает необходимость сокращения объема данных, используемых при обучении нейромоделей.

Предмет исследования составляют методы формирования обучающих выборок из исходных выборок большого объема для обучения нейросетевых моделей.

Целью данной работы являлась разработка метода, позволяющего сократить время обучения нейросетей при построении модели по большому объему прецедентов за счет разбиения исходной выборки большого объема на обучающую и тестовую выборки, обеспечивая минимизацию объема обучающей выборки и ее топологическую репрезентативность относительно исходной выборки.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть мы имеем исходную выборку  $X = \langle x, y \rangle$  – набор  $S$  прецедентов о зависимости  $y(x)$ ,  $x = \{x^s\}$ ,  $y = \{y^s\}$ ,  $s = 1, 2, \dots, S$ , характеризующихся набором  $N$  входных признаков  $\{x_j\}$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ , где  $j$  – номер признака, и выходным признаком  $y$ . Каждый  $s$ -й прецедент представим как  $\langle x^s, y^s \rangle$ ,  $x^s = \{x_j^s\}$ , где  $x_j^s$  – значение  $j$ -го входного, а  $y^s$  – значение выходного признака для  $s$ -го прецедента (экземпляра) выборки,  $y^s \in \{1, 2, \dots, K\}$ , где  $K$  – число классов,  $K > 1$ .

Тогда задача синтеза нейросетевой модели зависимости  $y(x)$  будет заключаться в определении такой структуры  $F()$  и значений параметров  $w$  нейронной сети, при которых будет удовлетворен критерий качества модели  $f(F(), w, \langle x, y \rangle) \rightarrow opt$ , где  $opt$  – условное обозначение оптимума [1]. Обычно критерий качества обучения нейросетей определяют как функцию ошибки модели:

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^S (y^s - F(w, x^s))^2 \rightarrow \min.$$

Для задач с дискретным выходом ошибку обученной сети можно характеризовать также формулой:

$$E = \frac{100\%}{S} \sum_{s=1}^S |y^s - F(w, x^s)| \rightarrow \min.$$

В случае, когда исходная выборка имеет большую размерность, перед построением нейромодели необходимо решить задачу выделения обучающей выборки меньшего объема (дано:  $\langle x, y \rangle$ , надо:  $\langle x', y' \rangle$ ,  $x' \in \{x^s\}$ ,  $y' = \{y^s | x^s \in x'\}$ ,  $S' = |y'|$ ,  $S' < S$ ,  $f(\langle x', y' \rangle, \langle x, y \rangle) \rightarrow opt$ ).

Для оценки качества сформированной выборки возможно использовать широкий набор предложенных показателей [3–5]. Однако их расчет требует существенных затрат вычислительных ресурсов, поэтому для упрощения расчетов данную задачу можно рассматривать в конструктивистской постановке (дано:  $\langle x, y \rangle$ , надо:  $\langle x', y' \rangle$ ,  $x' \in \{x^s\}$ ,  $y' = \{y^s | x^s \in x'\}$ ,  $S' = |y'|$ ,  $S' < S$ ).

## 2 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

Методы извлечения выборок [6–12] выделяют: вероятностные и детерминированные.

Вероятностные методы [6–8, 12] предполагают случайное извлечение набора экземпляров из исходной выборки, причем каждый экземпляр исходной выборки имеет ненулевую вероятность, которая может быть точно определена, быть включенным в формируемую выборку. К вероятностным методам извлечения выборок относят:

– простой случайный отбор (simple random sampling): из исходной выборки случайным образом отбирается заданное число экземпляров;

– систематический отбор (systematic sampling): исходная выборка упорядочивается определенным образом и разбивается на последовательные группы экземпляров, в каждой из которых выбирается для включения в формируемую выборку объект с заданным порядковым номером в группе;

– стратифицированный отбор (stratification sampling): исходная выборка разделяется на непересекающиеся однородные подмножества – страты, представляющие все виды экземпляров, в каждом из которых применяется случайный или систематический отбор;

– вероятностный пропорциональный к объему отбор (probability proportional to size sampling): используется, когда имеется «вспомогательная переменная» или «метрика объема», которая предполагается связанной с интересующей переменной для каждого экземпляра, вероятность выбора для каждого элемента исходной выборки будет пропорциональна его метрике объема;

– отбор на основе кластер-анализа (cluster sampling): исходная выборка разделяется на кластеры, из группы экземпляров каждого кластера случайно выбирается некоторое подмножество экземпляров для формируемой выборки.

Достоинствами данных методов являются их относительная простота и возможность оценки ошибки выборки, а недостатками – то, что они не гарантируют, что сформированная выборка малого объема будет хорошо отображать свойства исходной выборки, а также не будет искусственно упрощать задачу.

Детерминированные методы формирования выборок [6, 9–11] предполагают извлечение экземпляров на основе предположений об их полезности (информативности), при этом некоторые экземпляры могут не быть выбраны или вероятность их выбора не может быть точно определена; они, как правило, основаны на кластерном анализе и стремятся обеспечить топологическое подобие исходной выборке. К детерминированным методам формирования выборок относят методы:

– удобного отбора (convenience sampling): формирует нерепрезентативную выборку из наиболее легко доступных для исследования объектов;

– квотного отбора (quota sampling): исходная выборка разделяется на отличающиеся свойствами подгруппы, после чего из каждой подгруппы выбираются объекты на основе заданной пропорции;

– целевого отбора (judgmental (purposive) sampling): объекты извлекаются из исходной выборки исследователем в соответствии с его мнением относительно их пригодности для исследования.

Недостатком данных методов является невозможность оценивания ошибки сформированных выборок. Достоинством детерминированных методов является то, что они могут выявить наиболее значимые для решения задачи построения диагностической модели прецеденты, которые также могут быть использованы для инициализации распознающих моделей и ускорения процесса обучения. Поэтому для достижения цели, поставленной в работе, в качестве базиса для формирования выборок предлагается выбрать детерминированные методы.

Однако следует отметить, что детерминированные методы, основанные на кластерном анализе, являются сложно применимыми для выборок большого объема, поскольку предполагают расчет расстояний между всеми экземплярами и манипуляции с матрицей расстояний. Следовательно, для повышения скорости обработки данных необходимо сократить объем вычислений за счет исключения необходимости расчета расстояний, что также позволит сократить требования к памяти ЭВМ.

### 3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для того, чтобы при ограниченном объеме оперативной памяти ЭВМ обеспечить обработку исходной выборки большой размерности, предлагается осуществлять поэкземплярную обработку исходной выборки, загружая в память только один текущий экземпляр на каждой итерации. При этом заменять  $N$ -мерное представление экземпляра на одномерное посредством отображения его координат на обобщенную ось с использованием хэширующего преобразования, сохраняющего топологию исходного пространства признаков в синтезируемом одномерном пространстве.

Для экономии как ресурсов памяти, так и вычислительных ресурсов предлагается вместо расчета расстояний между всеми экземплярами целесообразно оперировать только расстояниями между текущим рассматриваемым экземпляром и сформированными центрами кластеров, причем в одномерном пространстве хэш-кодов.

Для сокращения влияния человеческого фактора на результаты формирования выборки число эталонов предлагается не задавать, а определять автоматически, начиная с одного и наращивая по мере необходимости.

С учетом изложенных выше идей, предложенный метод может быть представлен следующим образом.

Этап инициализации. Установить:  $s=1$ ,  $C_*^{y^s} = \emptyset$ ,  $k^q=0$ ,  $q=1, \dots, K$ .

Этап хэширующего преобразования. Если  $s < S$ , тогда считать с внешнего носителя памяти очередной экземпляр выборки  $x^s$  в оперативную память. Определить на основе значений признаков экземпляра  $x^s$  его хэш  $x_*^s$ , используя одно из преобразований, предложенных в [13], в противном случае – перейти к этапу разбиения выборки.

Этап формирования набора хэш-эталонов (хэшей центров кластеров). Если в наборе хэш-эталонов для класса  $y^s$  нет ни одного эталона, т. е.  $C_*^{y^s} = \emptyset$  и  $k^{y^s} = 0$ , тогда записать хэш текущего экземпляра как эталон в набор хэш-эталонов для класса  $y^s$  по формуле (1):

$$k^{y^s} = k^{y^s} + 1, c_*^{y^s}(k^{y^s}) = x_*^s, C_*^{y^s} = C_*^{y^s} \cup c_*^{y^s}(k^{y^s}), \quad (1)$$

записать номер текущего экземпляра  $s$  в набор номеров экземпляров класса  $y^s$ :  $Ind(y^s, k^{y^s}) = s$ , после чего найти расстояние от нового хэш-эталона до существующих хэш-эталонов всех кластеров всех классов по формуле (2):

$$d(c_*^{y^s}(k^{y^s}), c_*^{y^s}(k)) = d(c_*^{y^s}(k), c_*^{y^s}(k^{y^s})) = \left| c_*^{y^s}(k^{y^s}) - c_*^{y^s}(k) \right|, k=1, \dots, |C_*^q|, q=1, \dots, K, \quad (2)$$

установить:  $d(c_*^{y^s}(k^{y^s}), c_*^{y^s}(k^{y^s})) = Realmax$  и перейти к этапу обработки нового экземпляра.

В случае если набор хэш-эталонов непустой ( $C_*^{y^s} \neq \emptyset$ ), тогда определить расстояния от хэша  $x_*^s$  рассматриваемого экземпляра  $x^s$  до хэш-эталонов всех кластеров данного класса:

$$d(x_*^s, c_*^{y^s}(k)) = \left| x_*^s - c_*^{y^s}(k) \right|, k=1, \dots, |C_*^{y^s}|,$$

затем найти среди имеющихся в наборе хэш-эталонов кластеров класса  $y^s$ , номер ближайшего хэш-эталона к хэшу  $x_*^s$  рассматриваемого экземпляра  $x^s$ :

$$i^* = \arg \min_k \{d(x_*^s, c_*^{y^s}(k))\}, k=1, \dots, |C_*^{y^s}|,$$

после чего если  $d(x_*^s, c_*^{y^s}(i^*)) < d(c_*^{y^s}(i^*), c_*^q(p))$ ,  $q=1, \dots, K$ ,  $p=1, \dots, |C_*^q|$ , тогда пропустить  $s$ -й экземпляр и перейти к этапу обработки нового экземпляра, в противном случае – добавить новый хэш-эталон на основе  $s$ -го экземпляра по формуле (1), записать номер текущего экземпляра  $s$  в набор номеров экземпляров класса  $y^s$ :

$Ind(y^s, k^{y^s}) = s$ , после чего найти расстояние от нового хэш-эталона до существующих хэш-эталонов всех кластеров всех классов по формуле (2), установить:  $d(c_*^{y^s}(k^{y^s}), c_*^{y^s}(k^{y^s})) = Realmax$  и перейти к этапу обработки нового экземпляра.

Этап обработки нового экземпляра. Установить  $s=s+1$ , перейти к этапу хэширующего преобразования.

Этап разбиения выборки. Все экземпляры, исходной выборки, на основе которых сформированы хэш-эталоны кластеров, занести в обучающую выборку  $X_{об.}$ , а остальные – в тестовую выборку  $X_{тест.}$ :

$$X_{об.} = \{ \langle x^s, y^s \rangle | Ind(y^s, k^{y^s}) = s, s=1, \dots, S, k=1, \dots, |C_*^{y^s}| \},$$

$$X_{тест.} = X \setminus X_{об.}$$

Предложенный метод позволяет загружать в оперативную память ЭВМ полное признаковое описание только одного текущего экземпляра и не требует расчета матрицы расстояний между экземплярами, заменяя их расстояниями от рассматриваемого экземпляра до одномерных хэш-эталонов, что позволяет существенным образом снизить требования к ресурсам оперативной памяти и осуществлять обработку выборок очень большого размера.

Для предложенного метода вычислительная сложность в так называемом «мягком смысле» может быть оценена как  $O(2NS+4SQ+S\chi)$ , где  $\chi$  – вычислительная сложность хэш-преобразования одного экземпляра, которая, очевидно, является функцией числа признаков  $N$ . Исходя из практического опыта, положим, что  $\chi=N$ ,  $Q = \ln S$ ,  $N=0,01S$ . Тогда вычислительная сложность метода может быть оценена как  $O(0,01S^2+4S \ln S)$ .

Пространственная сложность метода может быть оценена как  $O(NS+SK+3N+Q^2+Q)$ . Приняв  $K=2$  и  $Q = \ln S$ ,  $N=0,01S$ , получим оценку пространственной сложности  $O(0,01S^2+2,03S+(\ln S)^2+\ln S)$ .

В терминах размерности входа  $n=NS \approx 0,01S^2$ , приняв для упрощения  $\ln S \approx 0,5N \approx 0,05S$ , мы получим грубую оценку вычислительной сложности предложенного метода порядка  $O(21n)$  и грубую оценку пространственной сложности –  $O(n+2,08S+0,0025S^2)$ .

#### 4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для проверки работоспособности предложенного метода он был программно реализован как дополнение к компьютерной программе «Автоматизированная система синтеза нейросетевых и нейро-нечетких моделей для неразрушающей диагностики и классификации образов по признакам» (Свидетельство о регистрации авторского права на произведение № 35431 от 21.10.2010).

Разработанное математическое обеспечение использовалось для проведения экспериментов по решению задачи индивидуального прогнозирования состояния здоровья больного гипертонической болезнью по результатам экспериментально полученных наблюдений за состоянием здоровья пациента и погодными условиями.

Исходная выборка данных была получена в г. Запорожье (Украина) и содержала наблюдения за период с 2002 г. по 2009 г., где каждый экземпляр представлял собой набор данных, характеризующих состояние пациента в определенную часть дня. В качестве временных характеристик использовались дата (год, месяц, день), код дня недели, время (час) наблюдения, код части дня (0 – утро, 1 – вечер). В качестве объективных клинико-лабораторных показателей использовались наблюдаемое артериальное давление (систолическое и диастолическое, мм. рт. ст.), пульс (ударов в минуту), сведения о приеме лекарств (Амло (0 – нет, 1 – да), Эгилон (0 – нет, 1 – да), Берлиприл (0 – нет, 1 – да)), В качестве субъективных показателей использовались характеристики самочувствия (наличие экстрасистолы (0 – нет, 1 – есть), наличие боли в голове (0 – нет, 1 – есть), наличие боли в затылке (0 – нет, 1 – есть), наличие пульсации (0 – нет, 1 – есть), наличие боли в левом боку (0 – нет, 1 – есть), наличие боли в области сердца (0 – нет, 1 – есть), нехватка воздуха (0 – нет, 1 – есть), наличие боли в животе (0 – нет, 1 – есть), общая слабость (0 – нет, 1 – есть)). В качестве метеорологических характеристик [14] использовались (температура воздуха (°C), атмосферное давление (мм. рт. ст.), тип облачности (0 – нет, 1 – малая, 2 – облачно, 3 – пасмурно), наличие грозы (0 – нет, 1 – есть), направление ветра (0 – штиль, 1 – северный, 2 – северо-восточный, 3 – восточный, 4 – юго-восточный, 5 – южный, 6 – юго-западный, 7 – западный, 8 – северо-западный), скорость ветра (м/с), данные солнечной активности (Mg II индекс [15]). Фрагмент исходных данных в графическом виде представлен на рис. 1.

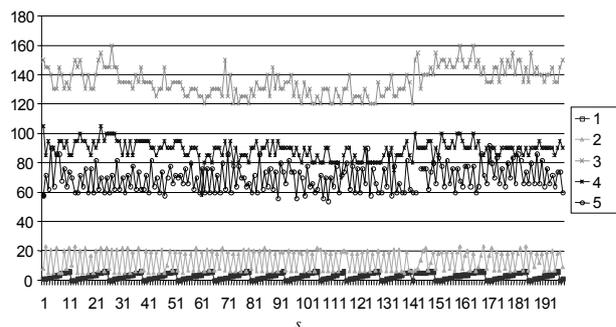


Рисунок 1 – Визуализация фрагмента выборки данных: 1 – день недели, 2 – время, 3 – систолическое давление, 4 – диастолическое давление, 5 – пульс

Полученные наблюдения методом «окон» были использованы для получения выборки для решения задачи качественного прогнозирования состояния пациента на ближайшую вторую половину суток по данным предыдущих наблюдений: в качестве входных признаков использовались данные за предыдущие (утро и вечер) и текущие сутки (утро), а в качестве выхода – состояние пациента вечером в текущие сутки (0 – нормальное, 1 – ухудшение состояния, сопровождающееся повышением артериального давления).

Сформированная выборка использовалась для формирования обучающей и контрольной выборок на основе предложенного метода, а также ряда известных методов формирования выборок.

После чего для каждой из сформированных выборок строились прогнозирующие модели на основе трехслойных нейронных сетей прямого распространения сигнала. Каждая нейронная сеть содержала на входе  $N = 3 \times 26 = 78$  признаков, число нейронов входного слоя – 10, число нейронов среднего слоя – 5, число нейронов выходного слоя – 1. Все нейроны использовали весовую (дискриминантную) функцию взвешенная сумма, а функцию активации – тангенциальный сигмоид.

Перед подачей на входы сети сигналы нормировались по формуле:  $x_j^s = \frac{x_j^s - x_j^{\min}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}}$ .

Обучение нейросетей осуществлялось на основе метода Левенберга-Марквардта [1, 2].

#### 5 РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты проведенных экспериментов представлены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, предложенный метод позволяет существенно сократить объем обучающей выборки, обеспечивая при этом высокую точность как обучения, так и распознавания (качественного прогнозирования).

Разработанный метод не требует многократных проходов по выборке, ограничиваясь всего тремя просмотрами. Причем, если заранее известны граничные значения признаков, то число просмотров выборки можно сократить до двух. При этом метод хранит в оперативной памяти только один текущий экземпляр и набор сформированных одномерных эталонов, который минимизирован по объему. Это позволяет существенно снизить затраты как вычислительных ресурсов, так и ресурсов памяти.

Таблица 1 – Результаты экспериментов

Метод формирования выборки	$S'/S$	$t$ , сек.	$M$ , Мегабайт	$E_{об.}$ , %	$t_{об.}$ , сек.	$E_{расп.}$ , %
Случайный отбор (без загрузки всей исходной выборки в память)	0,5	1,35	1,62	0	1768,6	2,01
	0,25	0,68	0,81	0	936,6	4,14
	0,1	0,27	0,38	0	373,2	7,42
	0,05	0,14	0,16	0	191,3	12,97
Кластер-анализ	0,26	690,37	101,34	0	920,4	0,41
Предложенный метод	0,21	93,62	0,79	0	912,5	0,49

**6 ОБСУЖДЕНИЕ**

Предложенный метод формирования выборок по сравнению с методом на основе случайного отбора [6] обеспечивает существенно большую точность прогнозирования, сокращая при этом время обучения. Однако предложенный метод требует больших затрат времени на формирование выборки, чем метод случайного отбора [6].

По сравнению с методом формирования выборок на основе кластер-анализа [9] предложенный метод обеспечивает сопоставимую точность прогнозирования, сокращая при этом время формирования выборки. Однако предложенный метод требует существенно меньших затрат времени и ресурсов памяти при формировании выборки, чем метод на основе кластер-анализа [9].

Также, в отличие от методов на основе случайного отбора и кластер-анализа, предложенный метод автоматически определяет размер формируемых обучающей и тестовой выборок, не требуя участия человека.

Недостатком предложенного метода является то, что он требует задания преобразования на обобщенную ось и зависит от его требований к вычислительным ресурсам.

Эффективность применения разработанного метода будет тем выше, чем больше признаков будет характеризовать исходный набор данных и чем больше будет экземпляров в исходной выборке данных. При небольшом объеме исходной выборки эффект от применения разработанного метода будет незначительным.

**ВЫВОДЫ**

В работе решена задача формирования обучающих выборок для автоматизации построения нейросетевых моделей по прецедентам.

Научная новизна результатов, полученных в статье, состоит в том, что впервые предложен метод формирования выборок, который, автоматически выделяет из исходной выборки обучающую и тестовую выборки, не требуя загрузки всей исходной выборки в память ЭВМ, осуществляя поэкземплярную обработку исходной выборки с хэширующим преобразованием на одномерную ось, формирует эталоны кластеров на обобщенной оси, минимизируя их число, что позволяет повысить скорость формирования выборок, снизить требования к вычислительным ресурсам и памяти ЭВМ и обеспечить приемлемый уровень точности синтезируемых моделей.

Практическая значимость полученных результатов заключается в том, что разработано программное обеспечение, реализующее предложенный метод, на основе которого решена практическая задача построения модели принятия решений для индивидуального прогнозирования состояния пациента, больного гипертонией.

Перспективы дальнейших исследований состоят в том, чтобы определить эффективные по времени и зат-

ратам памяти хэширующие преобразования экземпляров выборки, сохраняющие топологию классов в пространстве признаков, исследовать предложенный метод на более широком классе задач количественного и качественного прогнозирования и распознавания образов.

**БЛАГОДАРНОСТИ**

Работа выполнена в рамках государственной научно-исследовательской темы Запорожского национального технического университета «Интеллектуальные информационные технологии автоматизации проектирования, моделирования, управления и диагностирования производственных процессов и систем» (номер гос. регистрации 0112U005350) при частичной поддержке международного проекта «Центры передового опыта для молодых ученых» программы Tempus Европейской Комиссии (№ 544137-TEMPUS-1-2013-1-SK-TEMPUS-JPHES).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Субботін С. О. Нейронні мережі : навчальний посібник / С. О. Субботін, А. О. Олійник ; під заг. ред. проф. С. О. Субботіна. – Запоріжжя : ЗНТУ, 2014. – 132 с.
2. Computational intelligence: a methodological introduction / [R. Kruse, C. Borgelt, F.Klawonn et. al.]. – London : Springer-Verlag, 2013. – 488 p. DOI: 10.1007/978-1-4471-5013-8\_1
3. Олешко Д. Н. Построение качественной обучающей выборки для прогнозирующих нейросетевых моделей / Д. Н. Олешко, В. А. Крисилов, А. А. Блажко // Штучний інтелект. – 2004. – № 3. – С. 567–573.
4. Subbotin S. A. The training set quality measures for neural network learning / S. A. Subbotin // Optical memory and neural networks (information optics). – 2010. – Vol. 19. – № 2. – P. 126–139. DOI: 10.3103/s1060992x10020037
5. Субботин С. А. Критерии индивидуальной информативности и методы отбора экземпляров для построения диагностических и распознающих моделей / С.А. Субботин // Біоніка інтелекту. – 2010. – № 1. – С. 38–42.
6. Encyclopedia of survey research methods / ed. P. J. Lavrakas. – Thousand Oaks: Sage Publications, 2008. – Vol. 1–2. – 968 p. DOI: 10.1108/09504121011011879
7. Hansen M.H. Sample survey methods and theory / M. H. Hansen, W. N. Hertz, W. G. Madow. – Vol. 1 : Methods and applications. – New York: John Wiley & Sons, 1953. – 638 p.
8. Кокрен У. Методы выборочного исследования / У. Кокрен ; пер. с англ. И. М. Сони́на ; под ред. А. Г. Волкова, Н. К. Дружинина. – М. : Статистика, 1976. – 440 с.
9. Multivariate analysis, design of experiments, and survey sampling / ed. S. Ghosh. – New York: Marcel Dekker Inc., 1999. – 698 p.
10. Smith G. A deterministic approach to partitioning neural network training data for the classification problem : dissertation ... doctor of philosophy in business / Smith Gregory. – Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute & State University, 2006. – 110 p.
11. Bernard H. R. Social research methods: qualitative and quantitative approaches / H. R. Bernard. – Thousand Oaks: Sage Publications, 2006. – 784 p.
12. Chaudhuri A. Survey sampling theory and methods / A. Chaudhuri, H. Stenger. – New York : Chapman & Hall, 2005. – 416 p.

13. Subbotin S. A. Methods and characteristics of locality-preserving transformations in the problems of computational intelligence / S. A. Subbotin // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2014. – № 1. – С. 120–128.
14. Дневник погоды [Электронный ресурс]. – Москва : ООО «НПЦ «Мэп Мейкер», 2014. – Режим доступа: <http://www.gismeteo.ru/diary/5093>
15. Weber M. Observations of Solar Activity (Mg II Index) by GOME, SCIAMACHY, and GOME-2 [Electronic resource]. – Bremen: University of Bremen, 2014. – Access mode: <http://www.iup.uni-bremen.de/gome/gomemgii.html>

Статья поступила в редакцию 15.12.2014.  
После доработки: 20.01.2015.

Субботін С. О.

Д-р техн. наук, професор, професор кафедри програмних засобів Запорізького національного технічного університету, Запоріжжя, Україна

#### **ШВИДКИЙ МЕТОД ВИДІЛЕННЯ НАВЧАЛЬНИХ ВИБІРОК ДЛЯ ПОБУДОВИ НЕЙРОМЕРЕЖЕВИХ МОДЕЛЕЙ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ЗА ПРЕЦЕДЕНТАМИ**

Вирішено завдання формування навчальних вибірок для автоматизації побудови нейромережєвих моделей за прецедентами. Запропоновано метод формування вибірок, який автоматично виділяє з вихідної вибірки навчальну та тестову вибірки, не вимагаючи завантаження всієї вихідної вибірки у пам'ять ЕОМ, здійснюючи поекземплярну обробку вихідної вибірки з гешуючим перетворенням на одновимірну вісь, формує еталони кластерів на узагальненій осі, мінімізуючи їх число, що дозволяє підвищити швидкість формування вибірок, знизити вимоги до обчислювальних ресурсів і пам'яті ЕОМ і забезпечити прийнятний рівень точності синтезованих моделей. Розроблений метод не вимагає багаторазових проходів по вибірці, обмежуючись лише трьома переглядами. При цьому метод зберігає в оперативній пам'яті тільки один поточний екземпляр і набір сформованих одновимірних еталонів, який мінімізовано за обсягом. На відміну від методів на основі випадкового відбору та кластер-аналізу запропонований метод автоматично визначає розмір сформованих навчальної та тестової вибірок, не вимагаючи участі людини. Розроблено програмне забезпечення, що реалізує запропонований метод, на основі якого вирішена практична задача побудови моделі прийняття рішень для індивідуального прогнозування стану пацієнта, хворого на гіпертонію.

**Ключові слова:** вибірка, формування вибірки, екземпляр, нейронна мережа, індивідуальне прогнозування, навчання за прецедентами.

Subbotin S. A.

Dr.Sc., Professor, Professor of Department of Software Tools, Zaporizhzhya National Technical University, Zaporizhzhya, Ukraine

#### **THE QUICK METHOD OF TRAINING SAMPLE SELECTION FOR NEURAL NETWORK DECISION MAKING MODEL BUILDING ON PRECEDENTS**

The problem of training sample forming is solved to automate the construction of neural network models on precedents. The sampling method is proposed. It automatically selects the training and test samples from the original sample without the need for downloading the entire original sample to the computer memory. It processes an initial sample for each one instance with hashing transformation to a one-dimensional axis, forming cluster templates on the generalized axis, minimizing their number. This allows to increase the speed of sampling, to reduce the requirements to computing resources and to computer memory and to provide an acceptable level of accuracy of the synthesized models. The developed method does not require multiple passes through the sample, being limited by only three viewing. At the same time the method keeps in a random access memory only the current instance and the generated set of one-dimensional templates, which is minimized by volume. Unlike the methods based on random sampling and cluster analysis the proposed method automatically determines the size of the formed training and test samples without the need for human intervention. Software realizing proposed method is developed. On its basis the practical task of decision-making model building to predict the individual state of the patient with hypertension is resolved.

**Keywords:** sample, sampling, instance, neural network, individual prediction, training on precedents.

#### **REFERENCES**

1. Subbotin S. O., Olijnik A. O. Nejrinni merezhi : navchal'nyj posibnik ; pid zag. red. prof. S. O. Subbotina. Zaporizhzhya, ZNTU, 2014, 132 p.
2. Kruse R., Borgelt C., Klawonn F. et. al. Computational intelligence: a methodological introduction. London, Springer-Verlag, 2013, 488 p. DOI: 10.1007/978-1-4471-5013-8\_1
3. Oleshko D. N., Krisilov V. A., Blazhko A. A. Postroenie kachestvennoj obuchayushhej vyborki dlya prognoziryushhix nejrosetevykh modelej. Shtuchnyj intelekt, 2004, No. 3, pp. 567–573.
4. Subbotin S. A. The training set quality measures for neural network learning, *Optical memory and neural networks (information optics)*, 2010, Vol. 19, No. 2, pp. 126–139. DOI: 10.3103/s1060992x10020037
5. Subbotin S. A. Kriterii individual'noj informativnosti i metody otkora e'kzemplyarov dlya postroeniya diagnosticheskix i raspozna'yushhix modelej, *Bionika intelektu*, 2010, No. 1, pp. 38–42.
6. Encyclopedia of survey research methods. Ed. P. J. Lavrakas. Thousand Oaks, Sage Publications, 2008, Vol. 1–2, 968 p. DOI: 10.1108/09504121011011879
7. Hansen M. H., Hurtz W. N., Madow W. G. Sample survey methods and theory, Vol. 1, Methods and applications. New York, John Wiley & Sons, 1953, 638 p.
8. Kokren U. Metody vyborochnogo issledovaniya; per. s angl. I. M. Sonina ; pod red. A. G. Volkova, N. K. Druzhinina. Moscow, Statistika, 1976, 440 p.
9. Multivariate analysis, design of experiments, and survey sampling. Ed. S. Ghosh. New York, Marcel Dekker Inc., 1999, 698 p.
10. Smith G. A deterministic approach to partitioning neural network training data for the classification problem : dissertation ... doctor of philosophy in business. Blacksburg, Virginia Polytechnic Institute & State University, 2006, 110 p.
11. Bernard H. R. Social research methods: qualitative and quantative approaches. Thousand Oaks, Sage Publications, 2006, 784 p.
12. Chaudhuri A., Stenger H. Survey sampling theory and methods. New York, Chapman & Hall, 2005, 416 p.
13. Subbotin S. A. Methods and characteristics of locality-preserving transformations in the problems of computational intelligence, *Radioelektronika, informatika, upravlinnya*, 2014, No. 1, pp. 120–128.
14. Dnevnik pogody [E'lektronnyj resurs]. Moscow, ООО «NPC «Me'p Mejker», 2014, Rezhim dostupa: <http://www.gismeteo.ru/diary/5093>
15. Weber M. Observations of Solar Activity (Mg II Index) by GOME, SCIAMACHY, and GOME-2 [Electronic resource]. Bremen, University of Bremen, 2014, Access mode: <http://www.iup.uni-bremen.de/gome/gomemgii.html>

# ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

## ПРОГРЕССИВНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

### PROGRESSIV INFORMATICS TECHNOLOGIES

UDC 621.391

Evseev S. P.<sup>1</sup>, Tomashevskyy B. P.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ph.D, Associate Professor of Information Systems Department of Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics,  
Kharkiv, Ukraine

<sup>2</sup>Ph.D, Leading Research Assistant, Senior Researcher of the Research Department of Missile Troops and Artillery of the Scientific  
Center of Land Forces, Kharkiv, Ukraine

#### TWO-FACTOR AUTHENTICATION METHODS THREATS ANALYSIS

The article considers basic methods of two-factor authentication system constructing on the basis of the use of cryptographic mechanisms to ensure the reliability, of formed authenticators, the risk of various methods of online attacks against a variety of two-factor authentication systems is estimated, as well as a system PassWindow is considered, which provides two-factor authentication on the unique ability of the matrix to transmit information in such a way that it is deciphered only to the imposition of the physical signs of the intended recipient pattern and barcode pattern obtained by digital network devices, resistance to the analysis is provided by a unique barcode card pattern generation as unique statistical images, a sequence of characters, or as more extended in an animated version.

The object of the research is the process of improving the integrity and authenticity of data packets in banking transactions security protocols on the basis of two-factor authentication methods. The subject of the study is methods and algorithms of integrity control and authenticity of data packets in banking transaction security protocols on the basis of two-factor authentication methods.

The aim of the paper is to increase the integrity and authenticity of data packets in banking transactions security protocols, a banking transaction, threat assessment on two-factor authentication methods. A comparative analysis of various systems with two-factor authentication PassWindow system in opposition to various Internet attack scenario is being carried out. An effective method for monitoring a practical two-factor authentication PassWindow system in its application to the banking system.

**Keywords:** two-factor authentication, online attacks, social engineering.

#### NOMENCLATURE

ID is an unique digital number of a user;

OTP is a password that is valid for only one login session or transaction, on a computer system or other digital device;

PIN is a numeric password shared between a user and a system, that can be used to authenticate the user to the system;

RSA is one of the first practicable public-key cryptosystems widely used for secure data transmission;

SMS is a text messaging service component of mobile communication systems.

#### INTRODUCTION

Existing authentication systems are based on a user submitting a static pair ID / password to the computer. However, in this case, the pair may have been compromised due to the negligence of users or the possibility for a fraud to guess passwords over [1–4]. Significant time intervals during which the password and the identifier are unchanged, allows applying various methods of interception and selection. To improve the security of a computer system administrators restrict the validity period of passwords, but in a typical case, this time limit is weeks and months, which

is quite enough for an malefactor. A radical considers implementing two-factor authentication system, when the system asks a user to provide her with «what you know» (name and possibly a PIN-code), and «what you have» – any hardware identifier associated with the user [1, 2].

The purpose of the article is the investigation of the main methods for constructing two-factor authentication systems, risk analysis of different methods of online attacks against two-factor authentication systems based on the PassWindow system. A comparative analysis of the various two-factor authentication systems in opposition to various Internet attack scenarios is conducted.

#### 1 PROBLEM STATEMENT

Currently, the Internet has become a primary method of communication of our modern life. It will undoubtedly be the main tool for the implementation of shopping and other financial operations. The appearance of these technologies has created a concomitant demand for authentication methods that are based not only on the traditional cryptographic methods (encryption, hashing, digital signature), but also on the methods based on usage of several factors to ensure the authenticity of the person

performing the financial transaction. Two-factor security system is based on the fact that a user in addition that one knows the password to access a specific user name («login») owns a tool for the corresponding access key. The latter can be an electronic security certificate stored on a computer or received on a personal phone SMS with a verification code or a fingerprint reader scanned by an electronic card reader device [1].

## 2 REVIEW OF THE LITERATURE

Strict (two-factor) authentication methods are most commonly used in the financial sector however may be used in almost any other field. The main methods of constructing two-factor authentication systems are given in Fig. 1 and can be classified as following [3].

1. Software to identify a specific PC. A special program is installed in a computer, which sets in it a cryptographic token. Then, the authentication process will involve two factors: the password and token embedded in the PC. As the marker is always stored on the computer, to logon the user only needs to enter login and password.

2. Biometrics. The use of biometrics as a secondary factor identification is carried out by identifying the physical characteristics of the person (fingerprint, iris, etc.).

3. Disposable e-mail- or SMS-password. Use of this password as a secondary identification factor is possible by sending second disposable password to one's registered e-mail address or mobile phone.

4. One-time password token. User is presented with the device that generates constantly changing passwords. It is these passwords which are entered by the user in addition to the usual passwords during the authentication process.

5. External control. This method assumes a call from the bank on a pre-registered phone number. The user must enter the password via the phone, and only after that he will get access to the system.

6. Identification using gadgets. This kind of identification is carried out by placing a cryptographic tag on any user's

device (e.g. USB-drive, iPad, memory card, etc.). During registration, the user must connect the device to a PC.

7. Card with a scratch-off layer. The user is issued a card with PIN-code, which can be used only once.

The analysis has shown that in the banking systems tend to use two-factor authentication systems based on disposable e-mail- or SMS-passwords, and various types of tokens.

## 3 MATERIALS AND METHODS

Today several companies offer two-factor authentication systems based on the generation of OTP (One-Time Password – OTP), including RSA Security, VASCO Data Security and ActivIdentity.

To implement it the different types of OTP generators are used. OTP Generator is a standalone portable electronic device that can generate and display on a built-in LCD screen digital codes. For a generation of VASCO's Digipass devices one-time password generation mechanism is based on the cryptographic TripleDES conversion of data set consisting of 40 bits of the current time and the 24-bit data vector which are unique for every for each access identifier. The resulting conversion is visible on the display in the form of six or eight decimal digits is read visually and manually entered by the user as a password in response to the authentication application. Frequency of password change thus is 36 sec., so user receives truly a one-time password to login [4].

On the server part of computer system this password is compared with the password generated by the server itself by the same algorithm with the use of the current time on server clock and unique device data that is stored in a special database. In case of coincidence of passwords user is granted with access to the system. Fig. 2 shows the operation of the two-factor authentication systems of VASCO company.

Let consider the authentication based on PassWindow. PassWindow is a way to provide two-factor authentication in the online environment. It includes two matrix parts which are a physical key with a printed pattern on a plastic plate and a digital barcode template presented in the form of an image on an ordinary electronic display, such as a laptop or mobile device display. They generate a unique one-time password and a set of numbers for a particular transaction for a user, when they overlap each other. This password is then used for online authentication and transaction authentication. Information about a specific transaction is included in these figures, such as an account number or amount of the intended

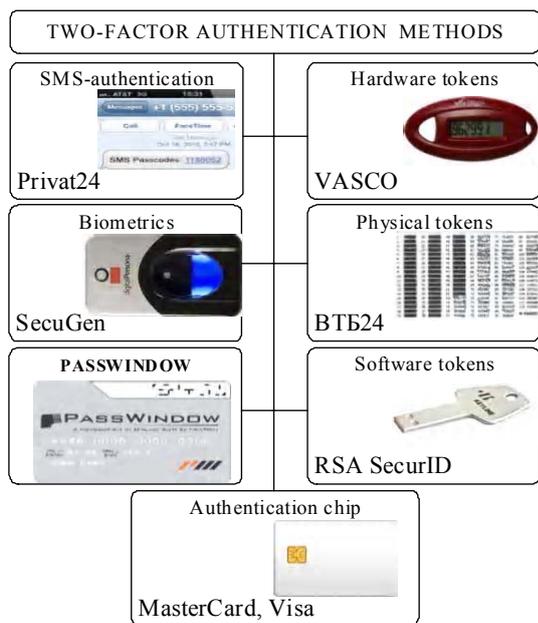


Figure 1 – Basic two-factor authentication systems

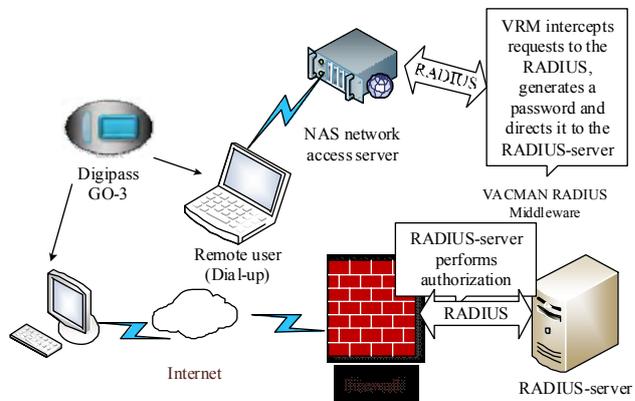


Figure 2 – The principle of operation of two-factor authentication systems of VASCO company

transaction that allows the user to visually confirm the authenticity of the received authentication request. These features make PassWindow one of the very few currently available authentication mechanisms, which provides a robust and accurate protection against the latest network security threats MITM (Man-In-The-Middle) attacks [4].

PassWindow technology is based on the unique ability of the matrix to transmit information so as that it stands only to the imposition of the physical signs pattern of the intended recipient (the user has this information already) after which the barcode template is displayed (challenge pattern) on the electronic network devices, such as computer, smartphone, etc. The combination of the key and the barcode template shows the encoded information only to a single user, moreover a full template preview is only possible from direct view. Any act of barcode interception via electronic devices means that leaked information will not be sufficient to let an attacker know the secret key of the user template during the whole activity term of the card.

Barcode PassWindow templates can exist as unique static images or a sequence of characters in the form of more extended animated version, which is the main topic of this paper. These animated barcodes consist of a sequence of static patterns, each of them contains the encoded characters or have no meaning and simply dynamically add an entropy to the entire pattern. Barcode patterns sequences are dynamically generated by the authentication server so that each of them is unique (and hence it has a sense) only when used together with the key to which it fits. Any interference or counterfeiting of a barcode template will be passively presented to the user in the form of appearance of combinations in a pattern that does not meet the expectations, for example, randomly placed segments that do not contain any characters, random numbers, missing or excessive numbers that appear within a template or performing the verification of data that does not refer to the active transaction.

Any alphanumeric code can be reliably transmitted using the PassWindow method, however the current implementation of the method is aimed at the transfer of short strings of random numbers for their use as a one-time password in conjunction with the figures which identify uniqueness of user authentication transaction. Once a user confirms that the unique information within a transaction encoded in the bar code corresponds to the desired, one can complete the transaction by entering the appropriate one-time password. The main stages of PassWindow are presented in Fig. 3.

Construction and safety profile of transaction authentication codes can be changed dynamically in order to meet a wide range of online authentication specific tasks.

Let consider the safety assessment of two-factor authentication systems.

Analysis of modern authentication systems showed that their security is measured by dividing the difference between the cost and benefits to the attacks on the value of the attacker's protection. So, expensive, though more secure methods, such as cryptographic PKI-units with their own secured communication channels of screens and keyboards are evaluated so low on the scale of security, whereas the banking system is still mainly based on the cheapest and apparently the least secure way of using PIN-codes and

1 User enters the transaction information for authentication

2. After that the PassWindow authentication server creates the barcode with a disposable key and the specific information: the last three digits «263»

3. The user imposes the card with key and visually checks the coincidence of the transaction information, then he inputs a one-time password to authenticate the transaction

Figure 3 – The main stages of PassWindow

passwords. Total cost and complexity of deploying such devices often outweighs the benefit of their ultra-high security.

Network security threats can be classified into network attacks (information from a remote agent) and local attacks that originate from malicious software already installed on the client system, such as Trojans, rootkits, and so on. Frequently authentication safety assessments are primarily focused on network attacks assuming that the user terminal (i.e. tablet PC, laptop or mobile device) is a protected platform [11–14]. Nevertheless the attacker commonly gains full access to the victim's PC through hidden communication processes remaining from malware that use unpatched security holes in the licensed software.

The common attack methods are:

- compromised online databases – collected information stored in merchant databases is stolen;
- man in the middle / phishing – a third party intercepts and impersonates the client and server to the respective other to record and/or alter their communications;
- social engineering attacks – customers are deceived into revealing their private details to a hacker;
- man in the browser – malware is installed on the victim's computer to report network activity, keystrokes, and screen capture data to the attacker allowing interception during fund transfers in which funds can be unwittingly diverted by altering the information displayed in the user's browser;
- brute-force cracking of user passwords – the server is polled with every possible password combination;
- simple theft – authentication details written down or on a card can be physically taken and copied;
- shoulder surfing – an attacker can surreptitiously watch the user enter their transaction details.

#### 4 EXPERIMENTS

The analysis of PassWindow security threats has shown that the most effective threat is analytic attack on the secret

key (card bar-code). To succeed the algorithm three to five monitoring sessions (OTP Bank transfer by client) have to be accomplished.

Plastic cards monitoring algorithm consists of the following steps.

1. Monitoring of the channel and receiving data by sessions.

2. Transfer data to the indicator class (as binary code), which can be operated as an object (indicator class represents the array of 7 ones / zeros).

3. Verification of the possibility to form «digits» in every position of the card (cycle by all sessions). Inside the cycle a new cycle for each sequence begins, in turn each indicator appears as «true» (we believe that it has a figure in itself).

Inside the cycle the verification is being conducted and if the current position is «true», then a version in which inverted generator indicator is written is being created and in case it is «wrong», position of the indicator is recorded. After each cycle within a single sequence the intersection of the previous versions of the sequence is executed and if all the sequences in the current session had been crossed then we release them, i.e. the end leaves (options) are reviewed and their copies are thrown out.

4. Review of all the sequences in all sessions. The intersection of letters between sessions serially (the first session from the second is a result from the intersection of the third session, etc.). After each intersection adjacent session leaves the leaves are «clean» from copies.

5. The intersection of all session letters among themselves. Cycle through all the letters so each option (leaf) is checked for input by generator data, if it has a conflict with some of the indicators then this letter (option) is discarded. As a result, there will be only one option which does not conflict with any of the sequences of all the sessions.

6. Displaying the final version of output.txt in binary formatted string.

Plastic PassWindow cards monitoring algorithm is shown in Fig. 4.

## 5 RESULTS

Designation SMS-systems or two-factor authentication based on mobile phones is a mistake, a more precise term is «out-of-band» authentication. Nevertheless with the spread of GSM, smartphones and tablets connected to the network, even this safety advantage may be lost if a user transaction authentication is performed on the mobile device itself. In addition, the growth of unwanted software for mobile devices now allows an attacker to gain access to the authentication codes sent via SMS, not only with the traditional interception by a malicious software [5], but also by intercepting and decrypting data sent over the GSM-network telecommunications [6]. Mobile devices authentication attacks are performed successfully even without such technologies. Instead, an attacker simply impersonating a user of the device, and requests all SMS messages to be sent to another phone number for the entire attack period [3]. Another authentication method uses the camera a mobile device to read the barcode image on the user's workstation, which is coded with the OTP information about the transaction. This method contains the mistake of assuming that the operating system on the user's mobile device is not

exposed to such a vulnerability to malicious software, like all other forms of software working with the network [8].

In the case of biometric authentication user data are available for online authentication.

However, biometric authentication devices can not communicate from local devices or network without being confronted by malicious programs and / or «Man in the middle» attacks [9]. This method is also impossible to re-edit after the attacker has posed oneself as a user by using biometric authentication.

Biometric authentication provides a user-friendly way of generating online user name, but listening to the network and a compromised device, the overall safety performance of such methods is not better than when using normal user name and password.

Electronic hardware tokens come in several types and include various security authentication functions.

The most commonly hardware tokens generate one-time passwords (OTP) using cryptographic algorithms with an internal secret key, or, more often, the secret key is generated on the basis of common values of the synchronized system time. User reads the displayed numbers on a device and manually enters them into one's terminals to cross-reference with the authentication server.

This simple method of generating electronic OTP is vulnerable to attacks by an «intermediary» because users are obliged to disclose the OTP without the means of checking the authentication context.

In response, many token manufacturers have added a small digital keypad, significantly increased the token size, but allowing the user to enter information about specific transactions that have been encrypted with a secret key before the user inputs the result to one's terminal. This is a type of verification or signature of a transactions and it does provide some protection against «Man in the middle» attack.

Nevertheless, this method is still vulnerable to attacks using laborious manual process of a transaction signing. Time and attention necessary to perform a manual operation are successfully used to distract the user from the context of the transaction information that one accepts, and, consequently, attacks can be successfully committed on a massive scale [10–11].

Printed OTP lists / number grids. An older method of providing one-time password is printed lists of randomly generated passcodes or transaction authorization codes on a sheet of paper or a sketch-card. Each access code is requested in sequence and is used to authenticate a transaction.

Alternatively, printing the symbol table can be used, and an authentication server will issue a bar code, prompting the characters located in certain coordinates.

Both methods use the keys and the signals that may be communicated verbally. This allows an attacker to ask the user to the next valid code by malware using social engineering and phishing attacks. Moreover, the relatively low lists or grids entropy requires frequent keys change in order to prevent repeated code request by an attacker.

These techniques are vulnerable to the full range of «Man in the middle» attacks for the same reasons that all the authentication methods with an unknown context.

For the sake of PassWindow vulnerability testing against such an attack, was created a hacking algorithm, which tries to use these principles to perform this analysis.

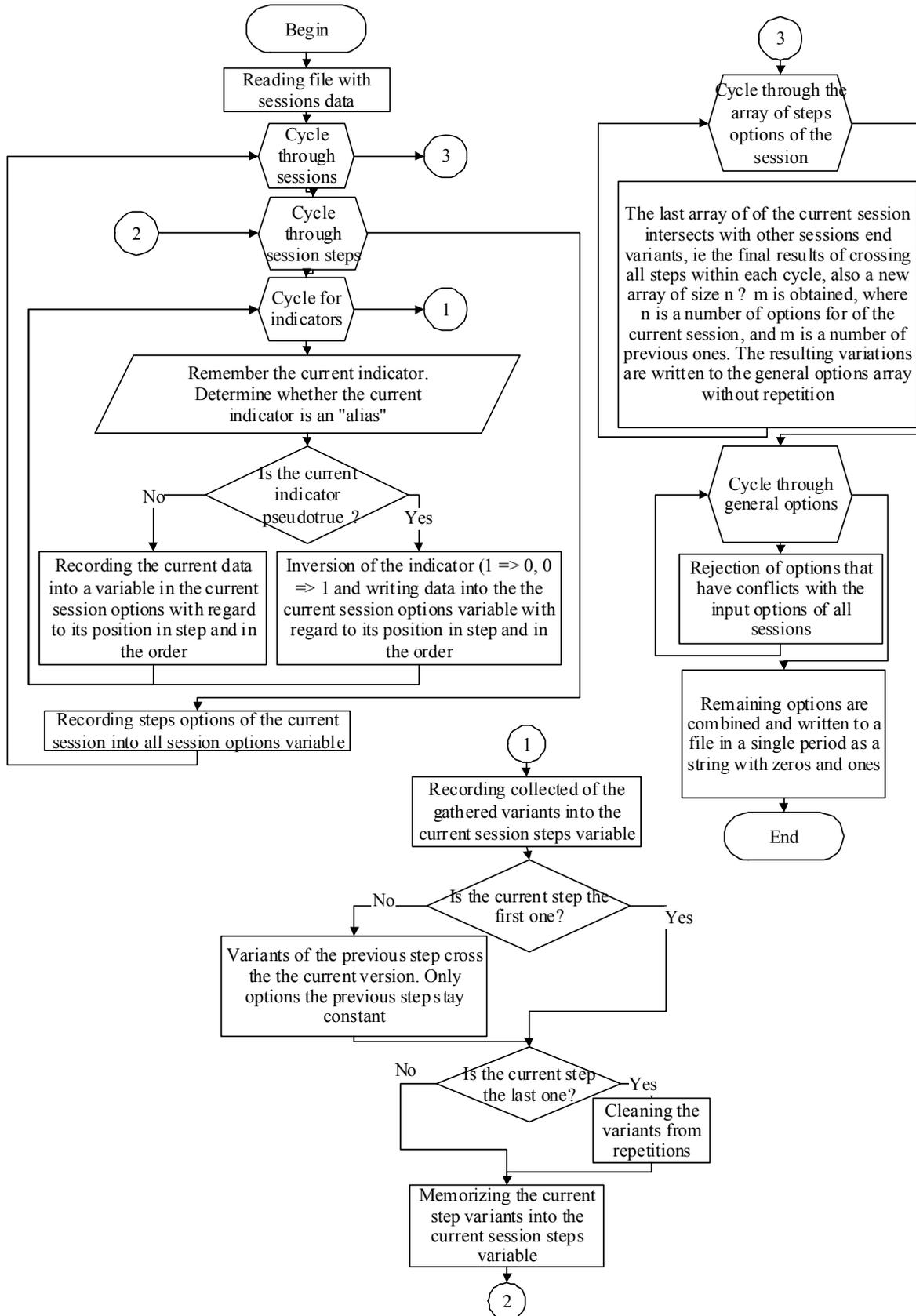


Figure 4 – Plastic PassWindow cards monitoring algorithm

The algorithm itself uses the technique of brute force. It begins by generating all combinations with the result that the numbers are the result that can be placed in the template.

For example, a six-figure result in the pattern of 14-columns provides the following options (among others):

2-5-7-2-4-3 ---  
2-5-7-2-4--3--

2 – 5 – 7 – 2 – 4 – – – 3 –  
2 – – 5 – – 7 – 2 – 4 – – 3.

Each combination is estimated by well-known barcode to calculate whether he could imagine the digit in the request or not.

Segments can either be present, if they are necessary to build the solution or not, if they must be absent for it, or may be unknown, if the segment is far from the digit, or imposed on the barcode bit.

After a separate set of combinations for each interception, the algorithm looks for the incompatibility between the combinations. It takes the first combination of the first set, comparing it in turn with each of the combinations of the second set. If it is incompatible with each combination of the second group, the combination is discarded.

Compatibility check continues so that each combination in each set is compared with the combinations of each other set. If the combination is discarded, then each subsequent set needs to be revised. By sorting and analysing sufficient number of interceptions algorithm is able to derive the key pattern with sufficient reliability.

However, this attack requires a significant amount of interceptions by an attacker: 20–30 in case of small patterns, hundreds of templates for large, several thousand in the case of using the method in the animation mode of increased security.

Thus, the PassWindow safety is not so much the complexity of the algorithm needed to solve it, as the systemic extracting enough information from the target difficulties. If PassWindow used correctly, there is a high probability that the necessary information may not be available, even for the most experienced hackers.

Let consider the Fake (weakened) PassWindow barcodes.

An attacker can try to weaken the protection, changing the frame rate of real (intercepted) barcode before delivering weakened (simplified) bar code to the user. This method reduces the entropy of the bar code in order to change details that could facilitate the analysis intercepting of requests / responses. However, clearly the damaged barcode passively alerts the user to attempt an attack, causing his suspicions about the use of computing and communication channels.

However, this attack requires a considerable amount of interceptions by an attacker: from 20 to 30 in case of small templates and hundreds for large ones, several thousand in the case of using the method in the animation mode with advanced security mode [1].

Thus PassWindow security is not so much the complexity of the algorithm required to solve it, but the difficulties in the system problems of sufficient information retrieval from the target. If PassWindow is used correctly, there is a high probability that the required information may not be available even for the most experienced hackers.

The authors offer their algorithm of PassWindow system monitoring, which allows in 3–5 sessions of transmission of OTP passwords to get a unique card barcode of a user that almost leads to destruction of the safety of the banking system.

## 6 DISCUSSION

Hypothetical attacks on authentication means PassWindow.

Man in the middle and phishing attacks (MITM) involve a third party intercepting communications between a client and server, impersonating each to the respective other and intercepting, recording, and/or altering communications between them [12].

Phishing is a kind of MITM attack that usually involves a fake login screen for well-known online services that reports login details to the attacking third party before seamlessly forwarding the user to their desired destination, unaware that their authentication details have been compromised to be used maliciously later [13].

This attack method is the most effective one. Standard methods for one-time password (OTP) are unable to provide protection because the OTP itself is simply passed to an attacker, together with any other relevant information, such as user name and password.

PassWindow solves this problem by providing a passive check at the transaction level to ensure that the user knows about the authenticity of the transaction, which one performs to enter OTP at the completion of this transaction. Thus, PassWindow protects transactions against fraudulent MITM attacks and provides authentication both ways from the user to the server and the server to the user.

Let consider the Social engineering attacks.

Social engineering involves the customer being convinced to reveal their private details, and in the case of hardware tokens, their OTPs.

A PassWindow key pattern is not easily communicated verbally or by typing, thereby eliminating the most convenient telephone social engineering attacks that are used against electronic hardware tokens, a method that is called «vishing» [14]. These attacks are based on the person who calls the user and impersonating an authorized service representative.

An oral request is made to read a valid authorization code from the authentication device of victim that supposedly allow the caller to identify, for example, «an important confidential information». It is unlikely that an attacker will try to extract the PassWindow key combination from the client this way, as it is difficult to explain in words the visual characteristics of the PassWindow matrix segment.

Man in the browser or hacker infiltration. When an attacker receives reports from the malware installed in the victim's computer and detects that the victim is accessing their financial institution's website, the software alters the form data in the browser such that a different amount of funds are transferred to a different account – usually a 'mule' account. The owner of the mule account then transfers this money to the attacker.

Verification information about the transaction taking place can be encoded into the PassWindow challenge pattern. This can assure the user, for example, that the funds are being transferred to the correct account.

Let consider the Simple theft.

The only way for a PassWindow key pattern to be revealed and duplicated is by directly copying the card in one's immediate possession. This possibility is reduced by the introduction of a tint that can be printed over the pattern, hindering attempts at photography and photocopying.

However, because PassWindow should be used as the second factor in the authentication strategy, mere knowledge of the key pattern is insufficient for fraudulent authentication without also knowing the victim's username and password.

Shoulder surfing. While probably the most mundane of the 'hacking methods', PassWindow is secure against 'shoulder surfing' – surreptitiously watching the user enter their transaction details. Because the key/challenge solution

is a one-time password, the shoulder surfer cannot benefit from knowing it.

Again, a tint printed over the key pattern on the card renders the pattern itself invisible to anyone but the user.

Direct attack on a PassWindows authentication server. An attacker can try to directly attack a PassWindows authentication server, to disrupt the integrity of the PassWindow authentication procedure. The PassWindow authentication server uses very simple and limited communication protocol, and the entire authentication processing is performed on the server. Its functionality is limited to the creation of the barcode image data and receiving short access codes and user IDs, and eventually making a response (yes / no) to the authentication request. In addition, different authentication strategies run queries speed and response duration. This basic digital communications with the authentication server give a small opportunity for an attacker to directly occupy the server in any effective manner, which may lead to a successful access.

Let consider the Analytic attack on the secret key.

An attacker can try to bring a printed the PassWindow key combination of a user through the analytical (e.g. statistical or algebraic) attack. This can be done using a complex program «attack of the man in the middle» or malicious programs installed locally on the basis of monitoring that will allow to intercept PassWindow barcodes and appropriate user responses. With the time, as the attacker accumulates these pairs of request / response, one can potentially get some idea about the PassWindow key template through the analysis of the captured data.

## CONCLUSIONS

In this paper, the theoretical generalization of major the increase principles of integrity and authenticity of data packets in security banking transactions protocols based on authentication methods of the two-factor authentication.

Scientific novelty lies in the fact that, for the first time proposed mathematical tools and program implementation of the PassWindow system monitoring allows to get a unique barcode of the user's card for 3–5 OTP passwords transmission sessions, which almost leads to destruction of the banking system safety.

## ACKNOWLEDGEMENTS

Work was executed within the concept of the National Informatization Program, approved by the Law of Ukraine «On the Concept of National Informatization Program» dated 4 February 1998 № 75/98-VR.

Concept (Principles of Public Policy) of the National Security of Ukraine, adopted by the Supreme Council of Ukraine on 16 January 1997 № 3/97-VR.

Tactical and technical task for research work: – № 36B113 «Development of methods for improving efficiency of transmission and protection of information in telecommunication systems».

Евсеев С. П.<sup>1</sup>, Томашевский Б. П.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Канд. техн. наук, доцент кафедры информационных систем Харьковского национального экономического университета им. С. Кузнеця, Харьков, Украина

<sup>2</sup>Канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник, старший научный сотрудник научно-исследовательского отдела ракетных войск и артиллерии научного центра сухопутных войск, Харьков, Украина

## ИССЛЕДОВАНИЕ УГРОЗ МЕТОДОВ ДВУХФАКТОРНОЙ АУТЕНТИФИКАЦИИ

В статье рассматриваются основные методы построения системы двухфакторной аутентификации на основе использования криптографических механизмов обеспечения криптостойкости, формируемых аутентификаторов, оценивается риск различных методов онлайн-атак против различных систем двухфакторной аутентификации, а также рассматривается система PassWindow, обеспечивающая двухфакторную аутентификацию на уникальной способности части матриц передавать информацию таким образом, что она расшифровывается только при наложении физического шаблона знаков предполагаемого получателя и шаблона штрих-кода, получаемых через

## REFERENCES

1. Evaluation of hypothetical attacks against PassWindow [Electronic resource] / S. O'Neil // PassWindow – 2009. – Access mode: [http://www.passwindow.com/evaluation\\_of\\_hypothetical\\_attacks\\_against\\_passwindow](http://www.passwindow.com/evaluation_of_hypothetical_attacks_against_passwindow).
2. Двухфакторная Аутентификация [Электронный ресурс], *Aladdin*, 2014, Режим доступа: <http://www.aladdin-rd.ru/solutions/authentication>.
3. Настройка двухфакторной аутентификации [Электронный ресурс], *Citrix*, 2012, Режим доступа: <http://support.citrix.com/proddocs/topic/web-interface-impington/nl/ru/wi-configure-two-factor-authentication-gransden.html?locale=ru>.
4. Семь методов двухфакторной аутентификации [Электронный ресурс], *ITC.ua*, 2007, Режим доступа: <http://www.infosecurityrussia.ru/news/29947>.
5. Man In The Mobile Attacks Highlight Weaknesses In Out-Of-Band Authentication [Electronic resource] / E. Chickowski // Information week – 2010. – Access mode: <http://www.darkreading.com/risk/man-in-the-mobile-attack&highlight-weaknesses-in-out-of-band-authentication/d/d-id/1134495>.
6. Instant Ciphertext-Only Cryptanalysis of GSM Encrypted Communication [Electronic resource] / E. Barkan, E. Biham, N. Keller // ACM digital library. – 2008. – Access mode: <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1356689>.
7. \$45k stolen in phone porting scam [Electronic resource] / Brett Winterford // ITnews – 2011. – Access mode: <http://www.itnews.com.au/News/282310,45k-stolen-in-phone-porting-scam.aspx/0>.
8. Zeus Banking Trojan Hits Android Phones [Electronic resource] / M. J. Schwartz // Information week. – 2011. – Access mode: <http://www.informationweek.com/mobile/zeus-banking-trojan-hits-android-phones/d/d-id/1098909>.
9. Security issues of Internet-based biometric authentication systems: risks of Man-in-the-Middle and BioPhishing on the example of BioWebAuth [Electronic resource] / [C. Zeitz, T. Scheidat, J. Dittmann; at all.] // Proceedings of SPIE. – 2008. – Access mode: <http://spie.org/Publications/Proceedings/Paper/10.1117/12.767632>.
10. Trojan Writers Target UK Banks With Botnets [Electronic resource] // TechWorld. – 2010. – Access mode: <http://news.techworld.com/security/3228941/trojan-writers-target-uk-banks-with-botnets>.
11. Belgian court found fraud in Internet banking [Electronic resource] / Het Belang Van Limburg // PassWindow – 2010. – Access mode: [http://www.passwindow.com/evaluation\\_of\\_hypothetical\\_attacks\\_against\\_passwindow](http://www.passwindow.com/evaluation_of_hypothetical_attacks_against_passwindow).
12. Network Forensic Analysis of SSL MITM Attacks [Electronic resource] // NETRESEC Network Security Police Service – 2011. – Access mode: <http://www.netresec.com/?page=Blog&month=2011-03&post=Network-Forensic-Analysis-of-SSL-MITM-Attacks>.
13. Internet Banking Targeted Phishing Attack [Electronic resource] // Metropolitan Police Service – 2005. – Access mode: <http://www.webcitation.org/5ndG8erWg>.
14. Spike in phone phishing attacks [Electronic resource] / Brian Krebs // KrebsOnSecurity – 2010. – Access mode: <http://krebsonsecurity.com/2010/06/a-spike-in-phone-phishing-attacks>.

Article was submitted 07.11.2014.

After revision 21.11.2014.

электронно-сетевые устройства пользователей, стойкость к анализу обеспечивается уникальностью формирования шаблона штрих-кода карточки в виде уникальных статистических изображений, последовательности символов или в виде более расширено анимационной версии.

Объектом исследования является процесс повышения целостности и аутентичности пакетов данных в протоколах безопасности банковских транзакций на основе методов двухфакторной аутентификации. Предметом исследования являются методы и алгоритмы контроля целостности и аутентичности пакетов данных в протоколах безопасности банковских транзакций на основе методов двухфакторной аутентификации.

Целью работы является повышение целостности и аутентичности пакетов данных в протоколах безопасности банковских транзакций, оценка угроз на методы двухфакторной аутентификации. Проводится сравнительный анализ различных систем двухфакторной аутентификации с системой PassWindow в сфере противостояния различным интернет-сценариям атак. Предлагается эффективный практический метод мониторинга системы двухфакторной аутентификации PassWindow при ее применении в банковских системах.

**Ключевые слова:** двухфакторная аутентификация, онлайн-атаки, социальная инженерия.

Евсеев С. П.<sup>1</sup>, Томашевский Б. П.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Канд. техн. наук, доцент кафедры інформаційних систем Харківського національного економічного університету ім. С. Кузнеця, Харків, Україна

<sup>2</sup>Канд. техн. наук, провідний науковий співробітник, старший науковий співробітник науково-дослідного відділу ракетних військ та артилерії наукового центру сухопутних військ, Харків, Україна

### ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАГРОЗ МЕТОДІВ ДВОФАКТОРНОЇ АУТЕНТИФІКАЦІЇ

У статті розглядаються основні методи побудови системи двофакторної аутентифікації на основі використання криптографічних механізмів забезпечення криптостійкості, аутентифікаторів, які формуються, оцінюються ризик різних методів онлайн-атак проти різних систем двофакторної аутентифікації, а також розглядається система PassWindow, що забезпечує двофакторну аутентифікацію на унікальній здатності частини матриць передавати інформацію таким чином, що вона розшифровується тільки при накладенні фізичного шаблону знаків передбачуваного одержувача і шаблону штрих-коду, одержуваних через електронно-мережеві пристрої користувачів, стійкість до аналізу забезпечується унікальністю формування шаблону штрих-коду картки у вигляді унікальних статистичних зображень, послідовності символів або у вигляді більш розширено анімаційної версії.

Об'єктом дослідження є процес підвищення цілісності та автентичності пакетів даних у протоколах безпеки банківських транзакцій на основі методів двофакторної аутентифікації. Предметом дослідження є методи та алгоритми контролю цілісності та автентичності пакетів даних у протоколах безпеки банківських транзакцій на основі методів двофакторної аутентифікації.

Метою роботи є підвищення цілісності та автентичності пакетів даних у протоколах безпеки банківських транзакцій, оцінка загроз на методи двофакторної аутентифікації. Проводиться порівняльний аналіз різних систем двофакторної аутентифікації з системою PassWindow у сфері протистояння різним інтернет-сценаріями атак. Пропонується ефективний практичний метод моніторингу системи двофакторної аутентифікації PassWindow при її застосуванні в банківських системах.

**Ключові слова:** двофакторна аутентифікація, онлайн-атаки, соціальна інженерія.

### REFERENCES

1. Sean O'Neil Evaluation of hypothetical attacks against PassWindow [Electronic resource], *PassWindow*, 2009, Access mode: [http://www.passwindow.com/evaluation\\_of\\_hypothetical\\_attacks\\_against\\_passwindow](http://www.passwindow.com/evaluation_of_hypothetical_attacks_against_passwindow).
2. Dvuxfaktornaya Autentifikaciya [Electronic resource] // Aladdin – 2014. – Access mode: <http://www.aladdin-rd.ru/solutions/authentication>.
3. Nastrojka dvuxfaktornoj autentifikacii [Electronic resource] // Citrix – 2012. – Access mode: <http://support.citrix.com/proddocs/topic/web-interface-impington/nl/ru/wi-configure-two-factor-authentication-gransden.html?locale=ru>.
4. Sem' metodov dvuxfaktornoj autentifikacii [Electronic resource] // ITC.ua – 2007. – Access mode: <http://www.infosecurityrussia.ru/news/29947>.
5. Chickowski, Ericka Man In The Mobile Attacks Highlight Weaknesses In Out-Of-Band Authentication [Electronic resource], *Information week*, 2010, Access mode: <http://www.darkreading.com/risk/man-in-the-mobile-attacks-highlight-weaknesses-in-out-of-band-authentication/d/d-id/1134495>.
6. Elad Barkan, Eli Biham, Nathan Keller Instant Ciphertext-Only Cryptanalysis of GSM Encrypted Communication [Electronic resource], *ACM digital library*, 2008, Access mode: <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1356689>.
7. Brett Winterford \$45k stolen in phone porting scam [Electronic resource], *Itnews*, 2011, Access mode: [http://www.itnews.com.au/News/282310\\_45k-stolen-in-phone-porting-scam.aspx/0](http://www.itnews.com.au/News/282310_45k-stolen-in-phone-porting-scam.aspx/0).
8. Schwartz, Mathew J. Zeus Banking Trojan Hits Android Phones [Electronic resource], *Information week*, 2011, Access mode: <http://www.informationweek.com/mobile/zeus-banking-trojan-hits-android-phones/d/d-id/1098909>.
9. Christian Zeitz; Tobias Scheidat; Jana Dittmann; Claus Vielhauer; Elisardo González Agulla; Enrique Otero Muras; Carmen Garcia Mateo; José L. Alba Castro Security issues of Internet-based biometric authentication systems: risks of Man-in-the-Middle and BioPhishing on the example of BioWebAuth [Electronic resource], *Proceedings of SPIE*, 2008, Access mode: <http://spie.org/Publications/Proceedings/Paper/10.1117/12.767632>.
10. TechWorld Trojan Writers Target UK Banks With Botnets [Electronic resource], 2010, Access mode: <http://news.techworld.com/security/3228941/trojan-writers-target-uk-banks-with-botnets>.
11. Het Belang Van Limburg Belgian court found fraud in Internet banking [Electronic resource], *PassWindow*, 2010, Access mode: [http://www.passwindow.com/evaluation\\_of\\_hypothetical\\_attacks\\_against\\_passwindow](http://www.passwindow.com/evaluation_of_hypothetical_attacks_against_passwindow).
12. Network Forensic Analysis of SSL MITM Attacks [Electronic resource], *NETRESEC Network Security Police Service*, 2011, Access mode: <http://www.netresec.com/?page=Blog&month=2011-03&post=Network-Forensic-Analysis-of-SSL-MITM-Attacks>.
13. Internet Banking Targeted Phishing Attack [Electronic resource], *Metropolitan Police Service*, 2005, Access mode: <http://www.webcitation.org/5ndG8erWg>.
14. Brian Krebs Spike in phone phishing attacks [Electronic resource], *KrebsOnSecurity*, 2010, Access mode: <http://krebsonsecurity.com/2010/06/a-spike-in-phone-phishing-attacks>.

## ENHANCED MAC ALGORITHM BASED ON THE USE OF MODULAR TRANSFORMATIONS

The article considers the choice of cycle functions in the provable persistent key universal hashing scheme, proposed model and method of forming codes of integrity and authenticity of data on the basis of modular transformations, computational complexity reduce algorithm of the hashing schemes implementation using cyclic functions. The object of the research is the process of improving the integrity and authenticity of data packets in security protocols of telecommunication networks. The subject of the study are models, methods and algorithms for monitoring the integrity and authenticity of data packets in security protocols of telecommunication networks. The purpose of the study is to increase the integrity and authenticity of data packets in security protocols of telecommunication networks. The developed enhanced method of forming a cascade MAC differs from the known (algorithm UMAC) using modular hashing on the last stage of the MAC forming that provides high collision properties of strictly universal hashing and safety performance at the level of modern means of demonstrable strength protection. Were obtained estimates of the computational complexity of the formation of the MAC using modular hashing, found, that with comparable rates of resistance the complexity of modular hashing exceeds by 1–2 orders of known schemes based on block symmetric ciphers. However, the use of modular transformations provides provable security and high collision properties of strictly universal hashing.

**Keywords:** codes of integrity and authenticity of data, a modular transformation, universal classes of hash functions.

### NOMENCLATURE

$\text{gcd}(x, y)$  is a greatest common divisor of  $x$  and  $y$ ;  
 $D$  is a dispersion;  
 $f$  is a composition of  $f_1$  and  $f_2$ ;  
 $f_1$  is a set of functions performing the mapping  $X \rightarrow U$ ;  
 $f_2$  is a set of functions performing the mapping  $U \rightarrow Y$ ;  
 $m$  is a mathematical expectation;  
 $H$  is a set of functions  $f$ ;  
 $H_0$  is an initialization vector;  
 $H_1$  is a set of functions  $f_1$ ;  
 $H_2$  is a set of functions  $f_2$ ;  
 $k$  is a number of elements in binary representation of  $n$ ;  
 Key is a key rule;  
 $L$  is a bit processor;  
 $m_i$  is a  $i$ -bit in binary representation of  $n$ ;  
 $n$  is an exponent ;  
 $O(n)$  is a computational complexity;  
 $p$  is a large prime integer;  
 $q$  is a large prime integer;  
 $U$  is a set of  $u$  numbers;  
 $u$  is a count of numbers in set  $U$ ;  
 $X$  is a set of  $n$  numbers;  
 $x$  is a number to be raised;  
 $Y$  is a set of  $m$  numbers;  
 $\alpha$  is a generator of the ring of integers  $Z_p$ ;  
 $\varepsilon$  is a fixed accuracy;  
 $\vee$  is a bitwise logical OR operation;  
 $\perp n$  is a save lesser  $n$ -bits of  $m$ -bit result operation;  
 $\oplus$  is a modulo 2 (XOR).

### INTRODUCTION

Studies have shown that the use of modular transformations allows realizing of provably resistant information hashing that satisfies the collisional properties of universal hash functions. Demonstrably safe level of strength is justified by reducing the problem of finding the source and / or the problem of recovering the secret key data to the solution of one of the well-known complexity-theoretic problems [1–3, 6].

At the same time, as shown by studies [1–3, 6], the universal hashing using modular transformations has a significant drawback – high computational complexity of the formation of the hash codes. In fact, for each information unit must perform a modular exponentiation that under transformation module appropriate orders significantly increases the time hashing information sequence. A promising direction in this regard is the development of multilayer universal hashing circuits using modular transformations on the last, the final stage of the hash code formation. This is as shown below, on the one hand provides a high collision properties of the resulting codes of integrity and authenticity of data generation circuit, on the other hand – provides high performance and provable strength level used transformations.

### 1 PROBLEM STATEMENT

The use of multilayer hash key circuits allows building of effective mechanisms for monitoring the integrity and authenticity of information in telecommunication systems and networks. However, the known multilayer structure (for example, the algorithm UMAC) together with the high speed and the cryptographic strength when applying a cryptographic transformation layer (using symmetric block cipher) lose universal hash properties, which leads to deterioration of the properties of the collision properties of generated message authentication codes. The purpose of the study is to develop a method of forming codes of integrity and authenticity of data based on provably resistant hash key that allows providing high levels of security and with applying certain restrictions on the modular transformations provide high collisional properties.

### 2 REVIEW OF THE LITERATURE

The analysis of [6–9] shows that the modular transformations are used today in the construction of keyless hash functions. Thus, in the fourth part of the international standard ISO/IEC 10118-4 defined two keyless hash function MASH-1 and MASH-2, which use modular arithmetic, namely the modular exponentiation to construct hash [9]. The very name of functions MASH-1 and MASH-2 occurs

from abbreviated Modular Arithmetic Secure Hash (secure hashing based on modular arithmetic), emphasizing the use of modular transformations in the formation of the hash image.

Table 1 shows the results of a comparative analysis of performance of some keyless hash functions, including the hash function on the modular arithmetic MASH-1 and MASH-2 [7].

The analysis showed that the major drawback of hash functions MASH-1 and MASH-2 is the low hash code formation rate. In fact, it is determined by the speed of RSA-like encryption, which is 2–3 orders of magnitude slower than modern block symmetric ciphers. However, due to the presence of the possibility of using the existing modular arithmetic hardware and software used in asymmetrical RSA-like cryptosystems, as well as because of the possibility of providing a provable strength level (on the classification of security models NESSIE) considered keyless hash MASH-1 and MASH-2 were standardized [7, 9, 16].

### 3 MATERIALS AND METHODS

Development of a universal key hashing method with demonstrable strength based on modular transformations.

In the basis of the proposed universal key hashing method with provable strength is the use of modular

transformations, providing reduction of the problem of finding the inverse image or a secret key in hashing scheme to one of the well-known complexity-theoretic problems. Such a justification of strength by security models classification NESSIE is considered to be provable security, thus emphasizing the reducibility cryptanalysis to one of the well-known computationally intractable in a given time complexity-theoretic problems [6]. Table 2 shows the results of studies of cyclic functions: the first column contains the complexity-theoretical problem of the function, the second column shows the cyclic function analytical record, in the third column – estimate of the calculating complexity of the cyclic function values, the fourth – estimate of computational complexity of the function inverting (strength estimation).

Studies have shown that the most appropriate solution should obviously consider the use of the cyclic function, the problem of inverting which is associated with the solution of the complexity-theoretic problem of the extraction of square roots modulo  $n$ .

Under certain restrictions on the values of the composite module  $n$  this computational complexity inverting problem comparable to the problems of factorization and discrete logarithms. At the same time, the direct calculation of the

Table 1 – A comparative analysis of some keyless hash functions

The hash function	The length of hash	Applied conversion	Processing speed	Security model (by NESSIE)
SHA-2	256, 384, 512	logical and arithmetic	108..109 bit/sec	Practical Security
Whirlpool	512	In finite Galois fields	107..108 bit/sec	Practical Security
GOST 34311-95	256	Block symmetric encryption	107..108 bit/sec	Practical Security
RIPEMD-160	160	logical and arithmetic	108..109 bit/sec	Practical Security
MASH-1	*	Modular squaring	105..106 bit/sec	** «Provable» Security
MASH-2	*	Modular exponentiation $28+1 = 257$	104..105 bit/sec	** «Provable» Security

\* Determined by the dimension of the conversion module.

\*\* If the parameters of the modular exponentiation comply with the limits for RSA-like systems.

Table 2 – Estimate of the complexity of some complexity-theoretic problems

Complexity-theoretic problem	Candidates for the construction of the cyclic function	Estimate of the computing complexity	Estimate of the inverting complexity
Integer factorization problem	$f(x_i, H_{i-1}) = x_i H_{i-1}$ , Function is defined over large prime numbers $x_i = p$ and $H_{i-1} = q$	$O(n^2)$ , where $n = \lceil \log_2 p \rceil + \lceil \log_2 q \rceil$	$L_N(\alpha, \beta) = \exp(\beta + \alpha(1)(\log N)^\alpha (\log \log N)^{1-\alpha})$ For the field number of the general form of the inverting complexity $L_N\left(\frac{1}{3}, \sqrt[3]{\frac{64}{9}}\right)$ ,
RSA problem	$f(x_i, H_{i-1}) = (x_i \oplus H_{i-1})^e \bmod(N)$ , $\gcd(e, \varphi(p, q)) = 1, N = pq$	$O(\log_2 e)$ multiplications, the fast exponentiation algorithm	For a field number of a special type $N = a^b + c$ the complexity of the inversion is $L_N\left(\frac{1}{3}, \sqrt[3]{\frac{32}{9}}\right)$
The discrete logarithm problem	$f(x_i, H_{i-1}) = (\alpha^{x_i \oplus H_{i-1}}) \bmod(p)$ , $\alpha$ – generator $Z_p$	$O(\log_2 n)$ multiplications, the fast exponentiation algorithm, $O(n^3)$ for $\alpha = 2$ , where $n = \lceil \log_2 p \rceil$	$\min\{\sqrt{p}, L_N(\alpha, \beta)\}$ , where $L_N(\alpha, \beta) = \exp(\beta + \alpha(1)(\log N)^\alpha (\log \log N)^{1-\alpha})$ For a primitive field $GF(p)$ the complexity of the inversion is $\min\{\sqrt{p}, L_N\left(\frac{1}{3}, \sqrt[3]{\frac{64}{9}}\right)\}$ ,
Diffie-Hellman problem	$f(x_i, H_{i-1}) = (\alpha^{x_i \oplus H_{i-1}}) \bmod(p)$ , $\alpha$ – generator $Z_p$	$O(n^3)$ for $\alpha = 2$ , where $n = \lceil \log_2 p \rceil$	For a primitive field $GF(2^m)$ the inversion complexity is $L_N\left(\frac{1}{3}, 1.4\right)$

values of  $a \equiv (x^2) \bmod(n)$  requires significantly fewer operations.

It should be noted, however, that the use of a quadratic cycle function does not lead to construction of a universal hashing. Next to the computational complexity is a cyclic function

$$f(x_i, H_{i-1}) = (x_i \oplus H_{i-1})^e \bmod(N), \quad (1)$$

inversion problem which is associated with the solution of the complexity-theoretic problem in RSA, where

$$\gcd(e, \varphi(p, q)) = 1, N = pq.$$

Thus, the use of cyclic function (1) based on modular exponentiation allows to construct a provably resistant universal hash function only under the constraints on the value of the modular exponent and absolute value of the change.

Another candidate for the cyclic function in the iterative hashing scheme is a function of the form:

$$f(x_i, H_{i-1}) = (\alpha^{x_i \oplus H_{i-1}}) \bmod(p), \quad (2)$$

inversion problem which is associated with the solution of the complexity-theoretic problem of the discrete logarithm.

Use of a cyclic function ensures the construction of provably resistant hash, collision properties which satisfy the conditions of universality.

Thus, studies have shown that for the construction of universal hash information with provable security level should be used the cyclic function of the form (1) or of the form (2).

Development of algorithms for iterative key hashing with demonstrable strength based on modular transformations.

Iterative key hash algorithms with demonstrable strength based on the use of modular transformations is based algorithm MASH-1, subject to change initialization vectors and use of the above cyclic functions satisfying certain restrictions on used modular transformations.

Iterative key hashing scheme using cyclic function (1) developed by analogy with the scheme in Section 2NH hashing is shown in Fig. 1. An algorithm for calculating the hash value based on the cyclic function (1) differs from the algorithm MASH-2, basically, by system settings and the determination of constants.

Using the cyclic function (2), the inversion problem of which is based on the solution of the complexity-theoretic

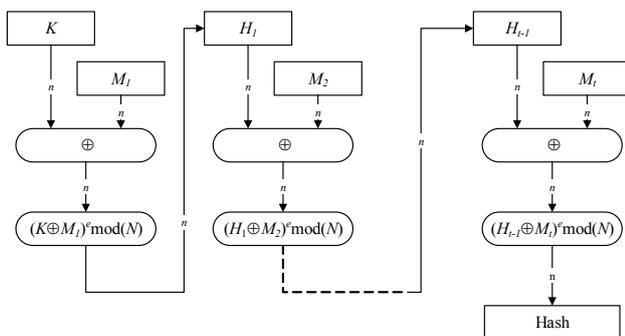


Figure 1 – Iterative key hashing scheme using the expression (1)

problem of the discrete logarithm, construct the following hashing scheme (see Fig. 2).

Designed algorithms differ from the keyless hash algorithms MASH-1 and MASH-2 basically, by system settings and the determination of constants. In addition, the proposed schemes are key hashing, as the secret key data used interchangeable initialization vector  $H_0 = \text{Key}$ . For applied modular transformations in key hashing cyclic function imposed limitations discussed above.

Thus, the proposed universal hashing method using modular transformations allows formation of authenticators (hashes) to provide the required performance security. Designed algorithms allow practically implement the proposed hashing schemes in software and in hardware form.

#### 4 EXPERIMENTS

Development of proposals for the implementation of the iterative hash key with demonstrable strength using modular transformations.

The proposed universal hashing method is an iterative scheme of formation of the hash code with the cyclic function, built using modular transformations. To ensure high collision properties of universal hashing proposed cyclic function must be implemented with the use of the expressions (1) or (2) with the corresponding constraints on the modular transformations.

The analysis shows that the most expensive from a computational point of view the operation in the implementation of cycle functions (1) and (2) is the operation of modular exponentiation. With the direct exponentiation operations through the chain of multiplications, computational complexity of the implementation of such cyclic functions increases in proportion to the exponent, i.e. for the construction of  $x$  the power  $n$  generally needs  $n-1$  multiplications:

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{n-1 \text{ multiplications}}$$

An asymptotic estimate of the computational complexity of this exponentiation operation implementation is  $O(n)$  multiplications.

To reduce the computational complexity of the implementation of the hashing scheme using cyclic functions (1) and (2) algorithm applied for fast

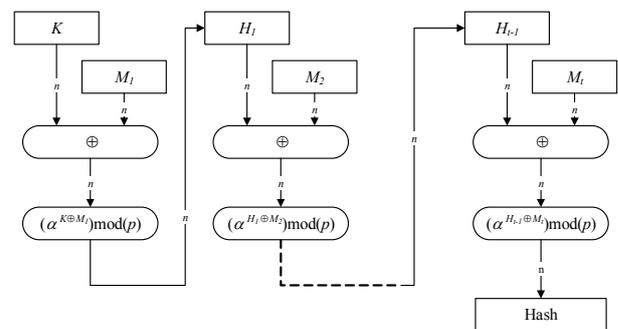


Figure 2 – Iterative key hashing scheme using the expression (2)

exponentiation, which is based on the representation of  $x^n$  in the following form:

$$x^n = x^{(((m_k \cdot 2 + m_{k-1}) \cdot 2 + m_{k-2}) \cdot 2 + \dots) \cdot 2 + m_1) \cdot 2 + m_0} =$$

$$= (((\dots(((x^{m_k})^2 \cdot x^{m_{k-1}})^2 \dots)^2 \cdot x^{m_1})^2 \cdot x^{m_0}), \quad (3)$$

where  $(m_k, m_{k-1}, \dots, m_0)$  – binary representation of  $n$ ,  
i.e.  $m_i \in \{0,1\}$  and

$$n = m_k \cdot 2^k + m_{k-1} \cdot 2^{k-1} + \dots + m_1 \cdot 2 + m_0. \quad (4)$$

Rearranging the factors in the representation of  $x^n$  we obtain the following expression:

$$x^n = x^{m_0} \cdot (x^2)^{m_1} \cdot (x^{2^2})^{m_2} \cdot (x^{2^3})^{m_3} \cdot \dots \cdot (x^{2^k})^{m_k},$$

which implies that for the construction of a number  $x$  to the power of  $n$  required to implement at most  $k$  operations of squaring and at most  $k$  operations of multiplication, where  $k+1$  – number of elements in the binary number  $n$ , i.e.  $k = (\log_2 n) - 1$ . Thus, the computational complexity of calculating the asymptotic  $x^n$  can be estimated as  $O(\log_2 n)$ .

The above algorithm can significantly speed up the computation of cyclic functions (1) and (2) underlying the proposed method of universal hashing. Table 3 shows the dependence of the implementation complexity of the operation of exponentiation through a chain of multiplications and through the representation (3), (4), indicating the minimum necessary order of the conversion module to achieve the required level of security.

The data in the second row of table 3 shown using the equivalence conditions (on computational complexity) of the squaring and multiplication operations.

Analysis of the data in table 4 shows that the implementation of the proposed universal hashing method through a traditional exponentiation algorithm computationally unattainable. The number of multiplications to be executed to compute a value of the cyclic function, even at the lowest level of security (cardinality of the set of key data block symmetric cipher is equal to  $2^{80}$ ) exceeds the capabilities of most modern computer systems.

The last row of table 3 is, in fact, is the computational complexity estimate of the proposed hashing scheme. Thus, at the lowest level of strength (cardinality of the set of key data block symmetric cipher is equal to  $2^{80}$ ) to calculate one value of cyclic function takes no more than 2046 operations multiplications. For a sufficient level of strength (cardinality of the set of key data BSC equal to 2128) relevant to the national standard encryption USA FIPS-197 (AES), to calculate the cyclic function need to do no more than 6142 multiplications. For high-level strength (cardinality of the set of key data BSC equal to 2256), corresponding to the current domestic standard symmetric cryptoconversion

GOST 28147-89, to calculate the cyclic function does not need to perform more than 30718 multiplications.

Developing a model of MAC cascade formation using modular transformations and justification of practical recommendations on its use.

The article proposes a cascade formation model of codes of integrity and authenticity of data (MAC) using the modular transformations. The proposed model is based on a multi-layer universal hashing circuit using the last, the final stage of modular transformations.

Properties of multilayer (composite) design is best explained with the help of mappings language [4, 5]. Let  $X, Y, U$  are sets of  $n, m, u$  elements,  $n < m < u$ .  $H_1$  is a set of functions  $f_1$  performing the mapping  $X \rightarrow U$  and  $H_2$  is a set of functions  $f_2$  performing the mapping  $U \rightarrow Y$ . Then  $H = H_2 \circ H_1$  is a set of functions  $f$ , which is the composition  $f = f_1 \circ f_2$ .

Characteristics of a multilayered structure presented by the results of the following theorem [1–3].

Theorem 1. The composition of the universal hash functions class  $\varepsilon_1 - U(N_1, n, u)$  and strictly universal hash functions class  $\varepsilon_2 - SU(N_2, u, m)$  is strictly a universal class with parameters  $\varepsilon - SU(N_1 N_2, n, m)$ , where  $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2$ .

Thus, using the composition of authentication codes algorithms that are equivalent to an algorithm for computing the universal and strictly universal hash functions classes we obtain a multi-layer scheme for generating MAC [11–15]. Properties thus generated codes of integrity and authenticity of data will satisfy the properties of strictly universal class of hash functions.

In the method of forming codes of integrity and authenticity of data, the first layers are proposed to be realized with traditional UMAC high-speed but cryptographically weak universal hashing schemes algorithm, the last layer is proposed to implement using the developed safe (cryptographically strong) strictly universal hashing scheme based on the modular transformations.

Formally, the proposed cascade formation scheme of codes of integrity and authenticity of data shown in Fig. 3.

The main part of the information data is processed first layers of universal hashing. Formed as a result of such conversion hash code on the last processed final stage cryptographically strong universal hash function based on the modular transformation.

Thus, based on the proposed scheme, MAC formation using modular transformations is used:

- on the first layers high-speed universal hashing methods (NH-hashing, polynomial hashing, Carter-Wegman hashing) are used;
- on the last layer secure strictly universal hashing based on modular transformations (using cyclic functions (1) and / or (2)) is used.

Table 3 – Dependence of the implementation complexity regarding the exponentiation method

Exponentiation method	Procedure for conversion module / equivalent length of symmetric cryptographic algorithm key		
	1024 / 80	3072 / 128	15360 / 256
Through a series of multiplications	10308	10924	104623
Fast exponentiation algorithm	2046	6142	30718

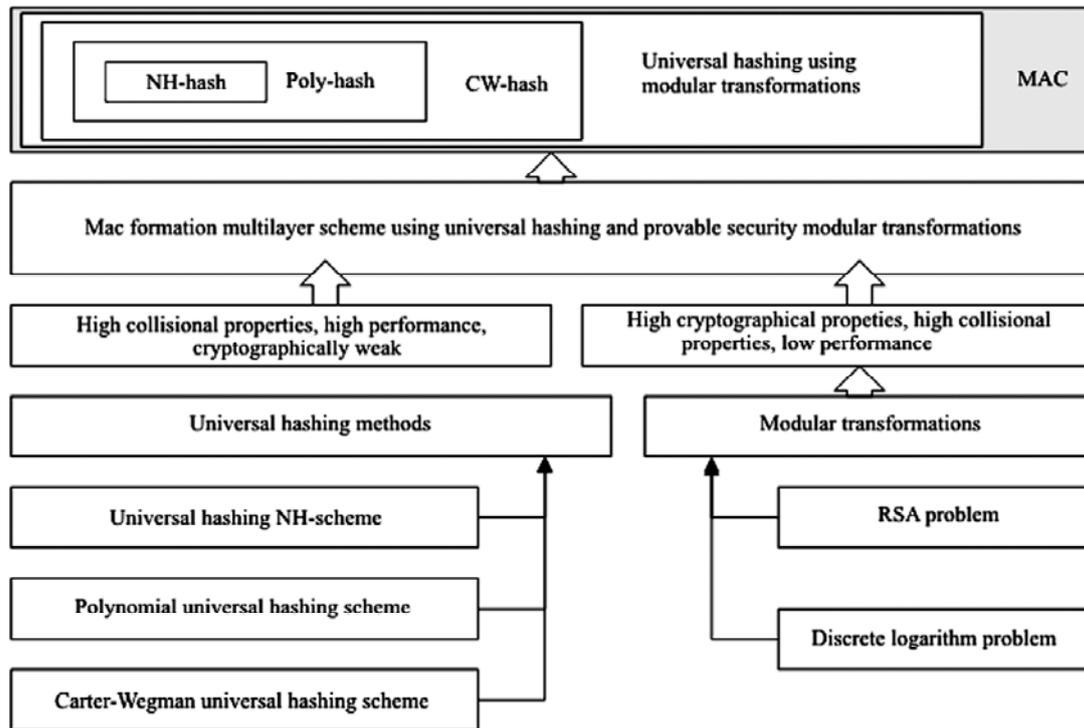


Figure 3 – Proposed cascade formation scheme control codes of integrity and authenticity of data using the modular transformations

The work [3] proposes technique of statistical studies of collisional properties of MAC, in particular, introduces statistical indicators characterizing the collision properties of forming circuit of control codes integrity and authenticity of data, allowing using methods of probability theory and mathematical statistics to obtain estimates with prescribed confidence interval and the required accuracy.

Experimental studies of collisional properties of message authentication codes UMAC for the relevant sections of the conversion:

- in the first stage investigate collision properties of a mini-version of the universal hashing. To do this, the theoretical estimates of the number of generated hash codes collisions occurring in the course of the experiment must be confirmed;

- in the second stage conduct an experimental study of the properties of pseudo-conflict substrates based on analysis of the properties of the reduced Baby-Rijndael cipher model. Similar studies in the available literature aren't described, appear to be carried out by us for the first time;

- in the third stage conduct an experimental study of the properties of collision properties generated by using mini-UMAC integrity and authenticity of data control. This is the most important part of the research, as it would answer the question of maintaining the properties of universal hashing after application of the cryptographic transformation of the information layer.

Estimates of the number of collisions generated elements will be carried out focusing on the universal hashing collision properties. In fact, we need to confirm or refute the hypothesis of the saving of universal hashing collision properties at all stages of generating of the mini-UMAC control codes of integrity and authenticity of data.

### 5 RESULTS

Consider a cyclic functions MASH-1 and MASH-2 for the construction of the key universal hash functions and hash option when the initial state (initialization vector) is given by some key rule, i.e. choose  $H_0 = \text{Key}$ . In this case, we have a certain class of hash functions, depending on the parameter Key. For experimental studies selected the following parameters:  $p = 17, q = 19, N = 323$ . Study were to verify the conditions of universal hashing with exhaustive search of all the values of initialization vectors ( $\text{Key} = 0, \dots, 2^m - 1, m = 8$ ) for a sample of the population values of information blocks. The results obtained are summarized in table 3.

Thus, studies have shown that the application of transformations using modular arithmetic allows to build universal and strictly universal hash functions classes,

Table 3 – The results of studies of collisional properties of a key hashing algorithms built on the basis of MASH-1 and MASH-2 by changing the values of the initialization vector secret key

	Based algorithm MASH-1	Based algorithm MASH-2
$\tilde{m}(n_1)$	41.42	0
$\tilde{D}(n_1)$	42.74	0
$P_0 = P( \tilde{m}(n_1) - m(n_1)  < 5)$	0.98	$\approx 1$
$\tilde{m}(n_2)$	3.99	1
$\tilde{D}(n_2)$	0.01	0
$P_0 = P( \tilde{m}(n_2) - m(n_2)  < 0.025)$	0.99	$\approx 1$
$\tilde{m}(n_3)$	0.26	0.31
$\tilde{D}(n_3)$	0.21	0.22
$P_0 = P( \tilde{m}(n_3) - m(n_3)  < 0.1)$	0.97	0.97

which on one hand allow high collision properties, on the other hand, under certain restrictions on the value of the modular exponential ensure high security and the applicability of the model demonstrable strength.

For comparison with other key hashing schemes in terms of the resistance and performance will take the following assumptions. Let one multiplication operation on numbers

with the order of  $2^m$  requires  $\left\lceil \frac{m}{L} \right\rceil$  operations of bitwise modulo two addition (XOR). This assumption is most often used when evaluating the complexity of the cryptographic

algorithms implementation. In this case, the estimate of  $\left\lceil \frac{m}{L} \right\rceil$  gives the approximate number of  $L$ -bit processor cycles necessary for the implementation of the one multiplication operation of numbers the bit length of which does not exceed  $m$ . At the same time, hashing using modular transformations process immediately  $m/8$  information data bytes.

Table 4 shows the results of comparative studies of the performance of key hashing schemes for fixed security performance. Speed is expressed in an  $S$  amount of the 32-bit processor cycles necessary for generating one byte of the output data. Security indicator was fixed over the length of the secret key the attacker needed to hack. For schemes on modular arithmetic the equivalent length of the key block symmetric cryptographic algorithm is shown (see. Table 2).

The data presented in Table 4 show that the use of modular transformations for solving the key hashing problems significantly increases the computational complexity and reduces algorithms speed by 1–2 orders of magnitude. At the same time, the proposed key hashing schemes have provably resistant safety level (problem of finding the hashing key or the inverse image is reduced to solving a certain complexity-theoretic problem). In addition, it was shown above that such authentication schemes satisfy the properties of universal hashing to ensure the high collision characteristics of the generated MAC.

Table 5 shows a comparison of the computational complexity of some hash functions. Data on performance for the proposed MAC scheme with modular transformations are given for the minimum level of persistence (cardinality of the set of key data block symmetric cipher is equal to  $2^{80}$ ) and a sufficient level of strength (for modular transformations equivalent length block symmetric cipher key is 128 bits). Length of the MAC generated is 80, and 128 bits, respectively.

For all the functions listed in Table 5 (except the proposed using modular transformations) specific complexity of the codes of integrity and authenticity of data is not dependent on the amount of data processed. For the proposed model using a modular transformations specific complexity with increase of length of data to be processed is reduced. So for a high level of strength (equivalent length block symmetric cipher key is 128 bits) already for data blocks of 32768 bytes is comparable to well-known and used in network security protocols, algorithms form the MAC. For the lowest level of strength (cardinality of the set of key data block symmetric cipher is equal to  $2^{80}$ ) the proposed scheme of codes of integrity and authenticity of data cascade formation using modular transformations already for data packets of 2048 bytes is not inferior in performance used to date the formation of the MAC algorithm in network security protocols, including protocols IPsec.

## 6 DISCUSSION

Analysis of the data presented in Table 3 allows claiming the adequacy of the experimental results. For fixed accuracy  $\varepsilon$  were obtained high values of confidence probability that indicates the validity and reliability of the results according to their statistical properties of the entire population of data.

Analyze the results of statistical studies and compare them with the theoretical estimates: with  $P_{amount} \cdot |H| = 1$  (the first criterion), with  $|H|/|B| = 1$  (the second criterion) and with  $P_{amount} \cdot |H| = 1$  (the third criterion).

As seen from the data in Table 3 realization of a key hashing scheme based on MASH-1 algorithm when replacing the values of the initialization vector with the secret key does not enable high collision properties. The number of collisions occurring substantially above the upper theoretical limit on both the first and the second criterion, consequently, this structure is not a universal hashing

Table 4 – Estimation of the complexity of hashing algorithms in the  $S$  number of the 32-bit processor cycles per byte of data processed

Hash function	Resilience (key length)	Number pf cycles $S$
SHA-2 (512)	512	80
SHA-2 (256)	256	64
SHA-1	160	80
RIPEMD-160	160	160
MD5	128	64
Modular arithmetic hashing	80	512
	128	1536
	256	7680

Table 5 – Estimate of the complexity of different MAC forming schemes

Algorithm	The length of the input data, bytes					
	2048	4096	8192	16384	32768	65536
HMAC-MD5 (128 bits)	9	9	9	9	9	9
HMAC-RIPE-MD (160 bits)	27	27	27	27	27	27
HMAC-SHA-1 (160 bits)	25	25	25	25	25	25
HMAC-SHA-2 (512 bits)	84	84	84	84	84	84
CBC MAC-Rijndael (128 bits)	26	26	26	26	26	26
CBC MAC-DES (64 bits)	62	62	62	62	62	62
Proposed MAC scheme using modular transformations (80 bits)	38	22	14	10	8	7
Proposed MAC scheme using modular transformations (128 bits)	294	150	78	42	24	15

scheme and so, is not a strictly universal hashing scheme. This result was obtained with a high confidence level  $P_\delta = P(|\tilde{m}(n_i) - m(n_i)| < \varepsilon) > 0.9$  for high precision. So for the first criterion the confidence interval was  $41.42 \pm 5$  (confidence level 0.98), for the second criterion the confidence interval was  $3.99 \pm 0.025$  (confidence level 0.99), and for the third criterion the confidence interval was  $0.26 \pm 0.1$  (confidence level 0.97). The key hashing scheme based on MASH-1 algorithm by changing the values of the initialization vector with the secret key satisfies only the third criterion ( $\tilde{m}(n_3) = 0.26$ ).

The use of key hashing based on MASH-2 algorithm when replacing the values of the initialization vector with the secret key by contrast provides high collision characteristics of universal hashing. For all three criteria resulting estimates are below the upper theoretical limit  $\tilde{m}(n_i) < 1$ ,  $i = 1, 2, 3$ . This statement is confirmed with almost 100% probability. So for the first and the second dispersion criterion value  $D(n_1)$  and  $D(n_2)$  that characterize the dispersion of the hash rules values (MAC formation rules), with the equalities (3.1) and (3.2) with respect to their mathematical expectations  $m(n_1)$  and  $m(n_2)$  respectively, equals to zero which means the identity of the results obtained in all tests and practically certain that  $m(n_1) = 0$ ,  $m(n_2) = 0$ . The resulting estimate for the third criterion also lies below the upper theoretical estimation ( $\tilde{m}(n_3) = 0.31$ ) and this value is confirmed with high confidence level of  $P_\delta = P(|\tilde{m}(n_3) - m(n_3)| < 0.1) = 0.97$  for fixed precision (confidence interval is  $0.31 \pm 0.1$ ).

The explanation for this behavior of the modular transformations in the MASH-1 and MASH-2 schemes lies in the chosen parameters of the modular exponent. Thus, for the MASH-1 algorithm cyclic function (4.3) assumes the value of the modular exponent  $e = 2$  that always breaks the condition (4.5). In the algorithm MASH-2 exponent is set  $e = 2^{8+1} = 257$  that for the chosen parameters  $p = 17$ ,  $q = 19$ ,  $N = 323$  satisfies the constraint (4.5):  $\gcd(e, \varphi(N)) = \gcd(257, 288) = 1$ . Therefore, the key hashing built on the basis of modular transformations in some cases allows to provide for the universal properties and strictly universal hashing. To perform these properties condition (3.5) is necessary to be performed which a scheme for the selected parameters on the basis of the algorithm MASH-2 shows.

## CONCLUSIONS

In this paper were obtained the theoretical generalization and new solution of scientific-applied problem, which is to develop and research of models and methods of effective mechanisms for monitoring the integrity and authenticity of data packets while minimizing the number of CPU cycles per byte of information to process to provide the necessary reliability and data security in telecommunications networks.

Scientific novelty of the work is following.

1. For the first time to analyze the collision properties of the codes monitoring the integrity and authenticity an approach is suggested based on the creation of scale models (mini version) algorithms of UMAC, which allows them to retain the algebraic structure.

2. For the first time mathematical apparatus and methods for the analysis of statistical studies of collisional properties

are suggested which allows to determine the distribution of codes formed on the entire set of key data and obtain estimates of collisional properties with the required accuracy.

3. For the first time model and method of forming codes of integrity and authenticity of data using at the final stage cryptographically strong strictly universal hash function based on modular transformations. The proposed solution provides high collision properties of strictly universal hashing, low computational complexity and high security performance at the level of modern means of cryptographic protection with provable security.

Practical advice on building a cascade formation schemes of MAC based on modular hashing was justified the implementation of which will ensure the delivery time information packet to 0.5 sec; safe time more than 200 years; the probability of imposing a false message is not more than  $10^{-25}$ ; the probability of message modification message is not more than  $10^{-25}$ . The usage of the developed models and methods of forming the MAC to control the integrity and authenticity of data packets in security protocols of telecommunication networks and internal payment banking systems.

## ACKNOWLEDGEMENTS

The work is supported by the scientific research project «Prospective study of methods and mechanisms to ensure the integrity and authenticity of data circulating in the internal payment system of commercial bank» № 58/2008 and scientific research project «Development of methods of expediting the transfer and protection of information in telecommunication systems» № 36B113.

## REFERENCES

1. Stinson D. R. Some constructions and bounds for authentication codes / D. R. Stinson // *J. Cryptology*. – 1988. – № 1. – P. 37–51.
2. Stinson D. R. The combinatorics of authentication and secrecy codes / D. R. Stinson // *J. Cryptology*. – 1990. – № 2. – P. 23–49.
3. Кузнецов А. А. Исследование коллизионных свойств кодов аутентификации сообщений UMAC / А. А. Кузнецов, О. Г. Король, С. П. Евсеев // *Прикладная радиоэлектроника*. – Харьков : Изд-во ХНУРЭ, 2012. – Т. 11, № 2. – С. 171–183.
4. Hoholdt T. An explicit construction of a sequence of codes attaining the Tsfasman-Vladut-Zink bound / T. Hoholdt // *The first steps*, IEEE Trans. Info. Theory. – 1997. – 135 p.
5. Maitra S. Further constructions of resilient Boolean functions with very high nonlinearity / S. Maitra, E. Pasalic // *Accepted in SETA*. – May, 2001.
6. Кузнецов О. О. Захист інформації в інформаційних системах / О. О. Кузнецов, С. П. Євсєєв, О. Г. Король. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2011. – 504 с.
7. Final report of European project number IST-1999-12324, named New European Schemes for Signatures, Integrity, and Encryption, April 19, 2004 – Version 0.15 (beta), Springer-Verlag.
8. Столлингс В. Криптография и защита сетей: принципы и практика, 2-е изд. / В. Столлингс : пер. с англ. – М. : Вильям, 2001. – 672 с.
9. Король О. Г. Исследование методов обеспечения аутентичности и целостности данных на основе односторонних хеш-функций / О. Г. Король, С. П. Евсеев // *Науково-технічний журнал «Захист інформації»*. – 2008. – Спецвипуск (40). – С. 50–55.
10. Bierbrauer J. Authentication via algebraic-geometric codes [Electronic resource] / J. Bierbrauer. – Access mode : <http://www.math.mtu.edu/~jbierbra/potpap.ps>.
11. Bierbrauer J. On families of hash function via geometric codes and concatenation / J. Bierbrauer, T. Johansson, G. Kabatianskii // *Advances in Cryptology – CRYPTO 93. Lecture Notes in Computer Science*. – 1994 – № 773. – P. 331–342.
12. Bierbrauer J. Universal hashing and geometric codes [Electronic resource] / J. Bierbrauer. – Access mode : <http://www.math.mtu.edu/~jbierbra/hashco1.ps>.

13. Black J. «UMAC: Fast and provably secure message authentication», *Advances in Cryptology*. / J. Black, S. Halevi, H. Krawczyk, T. Krovetz, P. Rogaway // CRYPTO '99, LNCS, Springer-Verlag, 1999. – Vol. 1666 – P. 216–233.
14. Carter J. L. Universal classes of hash functions / J. L. Carter, M. N. Wegman // *Computer and System Science*. – 1979. – № 18. – P. 143–154.
15. Krovetz T. UMAC – Message authentication code using universal hashing. IETF Internet Draft, draft-krovetz-umac-02.txt [Electronic resource]. – Access mode: [www.cs.ucdavis.edu/~rogaway/umac](http://www.cs.ucdavis.edu/~rogaway/umac), 2004.
16. NESSIE consortium «NESSIE Security report» Deliverable report D20 – NESSIE, 2002. – NES/DOC/ENS/WP5/D20 [Electronic resource]. – Access mode: <http://www.cryptoneessie.org/>.

Article was submitted 07.11.2014.

After revision 21.11.2014.

Король О. Г.

Преподаватель кафедры информационных систем, Харьковский национальный экономический университет им. С. Кузнеця, Харьков, Украина

### УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫЙ АЛГОРИТМ MAC, ОСНОВАННЫЙ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ МОДУЛЯРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Обосновывается выбор цикловых функций в схеме доказуемо стойкого ключевого универсального хеширования, предлагается модель и метод формирования кодов контроля целостности и аутентичности данных на основе модулярных преобразований, алгоритм снижения вычислительной сложности реализации схем хеширования с использованием цикловых функций. Объектом исследования является процесс повышения целостности и аутентичности пакетов данных в протоколах безопасности телекоммуникационных сетей. Предметом исследования являются модели, методы и алгоритмы контроля целостности и аутентичности пакетов данных в протоколах безопасности телекоммуникационных сетей. Целью работы является повышение целостности и аутентичности пакетов данных в протоколах безопасности телекоммуникационных сетей. Разработанный усовершенствованный метод каскадного формирования MAC-кодов отличается от известного (алгоритм UMAC) применением модулярного хеширования на последнем этапе формирования MAC, что позволяет обеспечить высокие коллизийные свойства строго универсального хеширования и показатели безопасности на уровне современных средств защиты доказуемой стойкости. Получены оценки вычислительной сложности формирования MAC с использованием модулярного хеширования, установлено, что при сравнимых показателях стойкости сложность модулярного хеширования превышает на 1–2 порядка известные схемы на основе блочных симметричных шифров. Тем не менее, применение модулярных преобразований обеспечивает доказуемый уровень безопасности и высокие коллизийные свойства строго универсального хеширования.

**Ключевые слова:** коды контроля целостности и аутентичности данных, модулярные преобразования, универсальные классы хеширующих функций.

Король О. Г.

Викладач кафедри інформаційних систем, Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця, Харків, Україна

### ВДОСКОНАЛЕНИЙ АЛГОРИТМ MAC, ЗАСНОВАНИЙ НА ВИКОРИСТАННІ МОДУЛЯРНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Обгрунтовується вибір циклових функцій у схемі доказово стійкого ключевого универсального хешування, пропонується модель і метод формування кодів контролю цілісності та автентичності даних на основі модулярних перетворень, алгоритм зниження обчислювальної складності реалізації схем хешування з використанням циклових функцій. Об'єктом дослідження є процес підвищення цілісності та автентичності пакетів даних у протоколах безпеки телекомунікаційних мереж. Предметом дослідження є моделі, методи та алгоритми контролю цілісності та автентичності пакетів даних у протоколах безпеки телекомунікаційних мереж. Метою роботи є підвищення цілісності та автентичності пакетів даних у протоколах безпеки телекомунікаційних мереж. Розроблений удосконалений метод каскадного формування MAC-кодів відрізняється від відомого (алгоритм UMAC) застосуванням модулярного хешування на останньому етапі формування MAC, що дозволяє забезпечити високі колізійні властивості суворо універсального хешування і показники безпеки на рівні сучасних засобів захисту доказової стійкості. Отримано оцінки обчислювальної складності формування MAC з використанням модулярного хешування, встановлено, що при порівнянних показниках стійкості складність модулярного хешування перевищує на 1–2 порядки відомі схеми на основі блокових симетричних шифрів. Проте, застосування модулярних перетворень забезпечує доказовий рівень безпеки і високі колізійні властивості суворо універсального хешування.

**Ключові слова:** коди контролю цілісності та автентичності даних, модулярні перетворення, універсальні класи хешуючих функцій.

### REFERENCES

1. Stinson D. R. Some constructions and bounds for authentication codes, *J. Cryptology*, 1988, No. 1, pp. 37–51.
2. Stinson D. R., The combinatorics of authentication and secrecy codes, *J. Cryptology*, 1990, No. 2, pp. 23–49.
3. Kuznecov A. A., Korol' O. G., Evseev S. P. Issledovanie kollizionnyx svojstv kodov autentifikacii soobshhenij UMAC, *Prikladnaya radioelektronika*. Har'kov, Izd-vo XNUR, 2012, Vol. 11, No. 2, pp. 171–183.
4. Hoholdt T. An explicit construction of a sequence of codes attaining the Tsfasman-Vladut-Zink bound. The first steps, *IEEE Trans. Info. Theory*, 1997, 135 p.
5. Maitra S., Pasalic E. Further constructions of resilient Boolean functions with very high nonlinearity, *Accepted in SETA*, May, 2001.
6. Kuznecov O. O. Evseev S. P., Korol' O. G. Xaxist informacii v informacijnih sistemax. Har'kov, Vid. XNEU, 2011, 504 p.
7. Final report of European project number IST-1999-12324, named New European Schemes for Signatures, Integrity, and Encryption, April 19, 2004, Version 0.15 (beta), Springer-Verlag.
8. Stollings V. per. s angl. Kriptografija i zashhita setej: principy i praktika, 2-e izd. Moscow, izdatel'skij dom «Vil'yam», 2001, 672 p.
9. Korol' O. G., Evseev S. P. Issledovanie metodov obespecheniya avtenticnosti i celostnosti dannyx na osnove odnostoronnix xesh-funkcij, *Naukovo-texnichnij zhurnal «Xaxist informacii»*, Specvipusk (40), 2008, pp. 50–55.
10. Bierbrauer J. Authentication via algebraic-geometric codes [Electronic resource], Access mode : <http://www.math.mtu.edu/~jbierbra/potpap.ps>.
11. Bierbrauer J., Johansson T., Kabatianskii G. On families of hash function via geometric codes and concatenation, *Advances in Cryptology – CRYPTO 93. Lecture Notes in Computer Science*, 1994, No. 773, pp. 331–342.
12. Bierbrauer J. Universal hashing and geometric codes [Electronic resource], Access mode : <http://www.math.mtu.edu/~jbierbra/hashcol.ps>.
13. Black J., Halevi S., Krawczyk H., Krovetz T., Rogaway P. «UMAC: Fast and provably secure message authentication», *Advances in Cryptology, CRYPTO '99, LNCS, Springer-Verlag*, 1999, vol. 1666, pp. 216–233.
14. Carter J. L., Wegman M. N. Universal classes of hash functions, *Computer and System Science*, 1979, No. 18, pp. 143–154.
15. Krovetz T. UMAC – Message authentication code using universal hashing. IETF Internet Draft, draft-krovetz-umac-02.txt [Electronic resource]. Access mode: [www.cs.ucdavis.edu/~rogaway/umac](http://www.cs.ucdavis.edu/~rogaway/umac), 2004.
16. NESSIE consortium «NESSIE Security report». Deliverable report D20. NESSIE, 2002. NES/DOC/ENS/WP5/D20 [Electronic resource]. Access mode: <http://www.cryptoneessie.org/>.

## REVISED FAST FOURIER TRANSFORM

The problem of realisation of the Discrete Fourier Transform in on-line is analysed because of non-efficient consuming a time for a new recalculation of spectrum samples if one discrete-time signal sample or even some small portion of samples in period are replaced by new sample or by new samples, respectively. Using Fast Fourier Transform (FFT) procedure it is assumed that some signal samples in the respective period available for processing digitally are updated by a sensor in real time. It is urgent for every new sample that emerges to have a new spectrum. The ordinary recalculation of spectrum samples even with highly efficient Cooley-Tukey FFT algorithm is not suitable due to speedy varying in time real process to be observed. The idea is that FFT procedure should not be recalculated with every new sample, it is needed just to modify it when the new sample emerges and replaces the old one. We retrieve the recursive formulas for FFT algorithms that refer to the spectrum samples modification. In a case of appearing one new sample, the recursive algorithm calculates a new spectrum samples by simple addition of a residual between an old and new samples, multiplied on respective row of Fourier ‘code’ matrix, to a vector of old spectrum samples. An example of 8-point FFT is presented.

**Keywords:** digital signal processing, discrete Fourier transform, fast Fourier transform.

### NOMENCLATURE

DSP is a digital signal processing;  
 DFT is a discrete Fourier transform;  
 FFT fast Fourier transform;  
 $\{x(n)\}$  is a discrete-time real valued signal or sequence of real numbers;  
 $L$  is a length of a real valued signal;  
 $n$  is a number of signal sample;  
 $X(\omega)$  is a Fourier transform of a discrete-time signal;  
 $j$  is the imaginary unit;  
 $\omega$  is an angular frequency;  
 $X(k)$  is a spectrum sample;  
 $k$  is a number of spectrum sample;  
 $N$  is a general number of spectrum or signal samples;  
 $W_N^{kn}$  is a periodic function with only  $N$  different values;  
 $x_{old}(l)$  is an old  $l$ -th sample of real valued signal;  
 $x_{new}(l)$  is a new  $l$ -th sample of real valued signal;  
 $X_{old}(k)$  is an old  $k$ -th sample of spectrum;  
 $X_{new}(k)$  is a new  $k$ -th sample of spectrum.

### INTRODUCTION

The continuous-time Fourier series are broadly used in theory as well as in practice where functions are continuous. DFT can be treated as its discrete-time counterpart. DFT has also been implemented digitally in the area of filter synthesis, image processing, various audio and video signal developments, and many types of spectrum analyzers that compute sampled power spectra and frequency response functions. The properties of ordinary DFT are accurately described. On the other hand, it is known that ordinary DFT involves a lot of redundant calculations. Therefore, usually, ordinary DFT algorithm is replaced by highly efficient computer procedures, known as FFT algorithms. Also there is a considerable amount of literature available on DFT and FFT, mentioned here just a few (e.g. [1–9]) that are coupled with DSP. However, some problems, encountered with FFT applications to measured samples of signals, are not generally understood [3], especially, analysing varying in the time processes, e.g. if some portion of samples or even

one sample in the given period is replaced by new samples or one sample, respectively, and for each such real time case we have to obtain a new spectrum. Therefore, it is needed to modify DFT and FFT in order to recalculate only some products of the Fourier ‘code matrix’ with the respective samples replaced. The next section introduces the statement of the problem to be solved. In Section 3 we worked out the recursive equations that allow to modify the ordinary FFT procedure. Examples are presented in Section 4. Section 5 contains conclusions.

### 1 PROBLEM STATEMENT

Consider a discrete-time finite duration real-valued signal  $\{x(n)\}$  of length  $L$  (i.e.,  $\{x(n)\} = 0$  for  $n < 0$  and  $n \geq L$ ) that has the Fourier transform

$$X(\omega) = \sum_{n=0}^{L-1} x(n)e^{-j\omega n} \quad \forall \omega \in \overline{0, 2\pi}, \quad (1)$$

where the upper and lower indices in the summation reflect the fact that  $\{x(n)\} = 0$  outside the range of  $0 \leq n \leq L-1$ . Here  $j$  is the imaginary unit. When we sample  $\{X(\omega)\}$  at equally frequencies  $\omega_k = 2\pi k / N \quad \forall k \in \overline{0, N-1}$ , with  $N \geq L$ , the resultant samples are as follows:

$$X\{(k)\} = X\left(\frac{2\pi k}{N}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi kn/N}. \quad (2)$$

For convenience the upper index in the sum has been increased from  $L-1$  to  $N-1$  since  $\{x(n)\} = 0$  for  $n \geq L$ . Here  $N$  is the general number of samples of the basic real valued signal  $\{x(n)\}$  under consideration. The relation in eq. (2) is called DFT of  $\{x(n)\}$  and is used for transforming the sample sequence  $\{x(n)\}$  into a sequence of frequency samples  $X\{(k)\}$  of length  $N$ . Rewriting eq. (2) in the form

$$X\{(k)\} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{kn} \quad \forall k \in \overline{0, N-1}, \quad (3)$$

$$W_N^{kn} = e^{-j2\pi kn/N}, \quad (4)$$

one can realize that the integer product  $kn$  repeats for different combinations of  $k$  and  $n$ , and that  $W_N^{kn}$  is a periodic function with only  $N$  different values. Therefore, various fast and efficient DFT algorithms without redundant calculations were worked out [1–9]. Frequently, the FFT is computed by decimating the sample sequence  $\{x(n)\}$  into sub-sequences until 2-point DFT's remain.

Assume that the frequencies analysis of real-time streaming sensor data  $\{x(n)\}$  is needed. The aim of the paper is to work out an recursive approach that would update the spectrum samples given in eq. (3) as fast as possible with a sensor's sample that emerges, without anew recalculation of spectrum samples by FFT algorithm.

## 2 REVIEW OF THE LITERATURE

Recursive methods are important for the property that observations of time-varying phenomenon by their use can be processed by computer in real time. Hence, they may be applied in on-line monitoring and analysis of generally time-varying processes, and also combined with on-line control strategies to produce adaptive control algorithms. Some of them were used to the parametric identification of nonlinear Wiener systems [10]. Recursive procedures can be effective by processing various characteristics of stationary as well as nonstationary random processes and systems [11].

It is well-known that the most important area of DSP includes searching for different characteristics of signals and systems in frequency domain. Here more popular are DFT and various FFT procedures. However, as it is emphasized in [3], that the use of the DFT with the digitized signals are not generally understood. For example, ordinary DFT requires that in the given period  $N$  all samples ought to be fixed. Indeed, the author of this paper has not found any published work that addresses the recursive calculation of the DFT or FFT on an  $N$ -point complex valued function, when the samples of the varying in the time signal are observed by sensor. On the other hand, it is known that the processes, functioning in real life are dynamic and time-varying.

Therefore, it is important to work out procedures based on ordinary DFT that allow us to find spectrum samples, when some samples of discrete-time signal in the respective period, available for processing digitally, are updated by a sensor in real time.

## 3 MATERIALS AND METHODS

It is not efficient to recalculate the basic spectrum samples anew, if only one signal sample or even a small portion of new samples emerges continuously, especially, when speed is a main issue. Then, the computation time can become prohibitive, in spite of the fact that FFT requires only  $N \log_2 N$  complex multiplications and complex additions to compute each of the  $N$  spectral samples. In such a case, it is important to work out an approach for modifying FFT in order to decrease the calculation time significantly. Let us retrieve now recursive formulas for recalculating the basic spectrum samples  $X(k) \forall k \in \overline{0, N-1}$

partly, when a new sample  $x_{new}(l)$  appears in the given  $N$  samples of a signal  $x(n) \forall n \in \overline{0, N-1}$  while the respective old one vanishes. For real valued  $x(n) \forall n \in \overline{0, N-1}$  eq.(3) can be rewritten as

$$X_{old}(k) = X_{old} \left( \frac{2\pi k}{N} \right) = \sum_{n=0}^{N-1} x_{old}(n) W_N^{kn}, \quad (5)$$

or

$$X_{new}(k) = X_{new} \left( \frac{2\pi k}{N} \right) = \sum_{n=0}^{N-1} x_{new}(n) W_N^{kn}, \quad (6)$$

if only the old and new samples of the sequence  $\{x(n)\}$  are used, respectively. Here  $x_{old}(l), x_{new}(l) \forall l \in \overline{0, N-1}$  are  $l$ -th old and new samples,  $X_{old}(k), X_{new}(k) \forall k \in \overline{0, N-1}$  are values of the old and new samples in frequency domain, correspondingly.

Suppose now that in eq. (6) all the new samples are equivalent to the old ones, except, the sample  $x_{new}(l)$ . Then, we can rewrite eq. (6) as follows

$$X_{new}(k) = \sum_{n=0}^{l-1} x_{old}(n) W_N^{kn} + x_{new}(l) W_N^{kl} + \sum_{n=l+1}^{N-1} x_{old}(n) W_N^{kn} \quad \forall k \in \overline{0, N-1}.$$

Subtracting the values  $X_{old}(k)$  from  $X_{new}(k) \forall k \in \overline{0, N-1}$  we obtain the relationship of the form

$$\begin{bmatrix} X_{new}(0) - X_{old}(0) \\ X_{new}(1) - X_{old}(1) \\ \vdots \\ X_{new}(N-2) - X_{old}(N-2) \\ X_{new}(N-1) - X_{old}(N-1) \end{bmatrix} = [x_{new}(l) - x_{old}(l)] \begin{bmatrix} W_N^{l0} \\ W_N^{l1} \\ \vdots \\ W_N^{l(N-2)} \\ W_N^{l(N-1)} \end{bmatrix}.$$

It can also be rewritten in the recursive form

$$\begin{bmatrix} X_{new}(0) \\ X_{new}(1) \\ \vdots \\ X_{new}(N-2) \\ X_{new}(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{old}(0) \\ X_{old}(1) \\ \vdots \\ X_{old}(N-2) \\ X_{old}(N-1) \end{bmatrix} + [x_{new}(l) - x_{old}(l)] \begin{bmatrix} W_N^{l0} \\ W_N^{l1} \\ \vdots \\ W_N^{l(N-2)} \\ W_N^{l(N-1)} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

assuming that a new sample  $x_{new}(l)$  emerges and replaces the old one  $x_{old}(l)$ .

Suppose now that in eq. (6) all the new samples are equivalent to the old ones, except a some portion of new samples  $x_{new}(l), x_{new}(l+1), \dots, x_{new}(l+p-2), x_{new}(l+p-1)$ , that appears in the given  $N$  samples of signal  $\{x(n)\}$ , while the respective portion of the old samples vanishes. In such a case, the final expression can be rewritten recursively

$$X_{new}(k) = X_{old}(k) + \sum_{m=l}^{l+p-1} [x_{new}(m) - x_{old}(m)] W_N^{km} \quad \forall k \in \overline{0, N-1},$$

or in extended form

$$\begin{bmatrix} X_{new}(0) \\ X_{new}(1) \\ \vdots \\ X_{new}(N-2) \\ X_{new}(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{old}(0) \\ X_{old}(1) \\ \vdots \\ X_{old}(N-2) \\ X_{old}(N-1) \end{bmatrix} + [x_{new}(l) - x_{old}(l)] \begin{bmatrix} W_N^{l0} \\ W_N^{l1} \\ \vdots \\ W_N^{l(N-2)} \\ W_N^{l(N-1)} \end{bmatrix} + \dots + [x_{new}(v) - x_{old}(v)] \begin{bmatrix} W_N^{v0} \\ W_N^{v1} \\ \vdots \\ W_N^{v(N-2)} \\ W_N^{v(N-1)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Here  $v = l + p - 1$ .

#### 4 EXPERIMENTS

Let us describe now two experiments that are carried out while analysis of recursive FFT. In both experiments we consider the discrete-time periodic signal

$$x(n) = \{\dots, 24, 8, 12, 16, 20, 6, 10, 14, \dots\}. \quad (9)$$

By inspection, the period  $N = 8$ . DFT is computed according to

$$X(k) = \sum_{n=0}^7 x(n) \exp(-j \frac{2\pi}{8} nk), \forall k \in \overline{0,7}. \quad (10)$$

or in a form

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \\ X(4) \\ X(5) \\ X(6) \\ X(7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a(1-j) & -j & b(1+j) & -1 & b(1-j) & j & a(1+j) \\ 1 & -j & -1 & j & 1 & -j & -1 & j \\ 1 & b(1+j) & j & a(1-j) & -1 & a(1+j) & -j & b(1-j) \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & b(1-j) & -j & a(1+j) & -1 & a(1-j) & j & b(1+j) \\ 1 & j & -1 & -j & 1 & j & -1 & -j \\ 1 & a(1+j) & j & b(1-j) & -1 & b(1+j) & -j & a(1-j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 24 \\ 8 \\ 12 \\ 16 \\ 20 \\ 6 \\ 10 \\ 14 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

using Fourier ‘code’ matrix. Here  $a=0.7071$  and  $b = -a$ . Afterwards, the spectrum samples  $X(0), X(1), \dots, X(7)$  are determined by FFT using *Matlab* as follows: `fft([24, 8, 12, 16, 20, 6, 10, 14], 8)`. The spectrum samples are:  $X(0)=110$ ,  $X(1)=4 - 4.83j$ ,  $X(2)=22 + 16j$ ,  $X(3)=4 - 0.83j$ ,  $X(4)=22$ ,  $X(5)=4 + 0.83j$ ,  $X(6)=22 - 16j$ ,  $X(7)=4 + 4.83j$ .

In the first experiment we change in (11), firstly, fourth sample, and, secondly, the sixth one. Suppose that a new fourth sample ‘25’ comes in (9), and the old one ‘20’ goes out. Then, the system of linear complex valued equations (10) is of the form

$$\begin{bmatrix} X_{new}(0) \\ X_{new}(1) \\ X_{new}(2) \\ X_{new}(3) \\ X_{new}(4) \\ X_{new}(5) \\ X_{new}(6) \\ X_{new}(7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a(1-j) & -j & b(1+j) & -1 & b(1-j) & j & a(1+j) \\ 1 & -j & -1 & j & 1 & -j & -1 & j \\ 1 & b(1+j) & j & a(1-j) & -1 & a(1+j) & -j & b(1-j) \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & b(1-j) & -j & a(1+j) & -1 & a(1-j) & j & b(1+j) \\ 1 & j & -1 & -j & 1 & j & -1 & -j \\ 1 & a(1+j) & j & b(1-j) & -1 & b(1+j) & -j & a(1-j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 24 \\ 8 \\ 12 \\ 16 \\ 25 \\ 6 \\ 10 \\ 14 \end{bmatrix}.$$

Afterwards, the spectrum samples  $X_{new}(0), X_{new}(1), \dots, X_{new}(7)$  are recalculated anew by *Matlab*: `fft([24, 8, 12, 16, 25, 6, 10, 14], 8)`. Their values now are:  $X_{new}(0)=115$ ,  $X_{new}(1)=-1 - 4.83j$ ,  $X_{new}(2)=27 + 16j$ ,  $X_{new}(3)=-1 - 0.83j$ ,  $X_{new}(4)=27$ ,  $X_{new}(5)=-1 + 0.83j$ ,  $X_{new}(6)=27 - 16j$ ,  $X_{new}(7)=-1 + 4.83j$ . The same spectrum samples  $X_{new}(0), X_{new}(1), \dots, X_{new}(7)$  can be determined recursively by eq. (7) as follows

$$\begin{bmatrix} X_{new}(0) \\ X_{new}(1) \\ X_{new}(2) \\ X_{new}(3) \\ X_{new}(4) \\ X_{new}(5) \\ X_{new}(6) \\ X_{new}(7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110 + (5) \cdot 1 \\ 4 - 4.83j + (5) \cdot (-1) \\ 22 + 16j + (5) \cdot 1 \\ 4 - 0.83j + (5) \cdot (-1) \\ 22 + (5) \cdot 1 \\ 4 + 0.83j + (5) \cdot (-1) \\ 22 - 16j + (5) \cdot 1 \\ 4 + 4.83j + (5) \cdot (-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 115 \\ -1 - 4.83j \\ 27 + 16j \\ -1 - 0.83j \\ 27 \\ -1 + 0.83j \\ 27 - 16j \\ -1 + 4.83j \end{bmatrix}.$$

It is obvious, that in both cases we obtain the same set values of  $X(0), X(1), \dots, X(7)$ , respectively. Suppose now that just after finishing recursive calculations the new sixth sample with values ‘5’ come in the set of samples (9) and the respective old one with values ‘10’ go out. Then, the previous values of  $X_{new}(0), X_{new}(1), \dots, X_{new}(7)$  can be treated now as old ones, i.e.  $X_{old}(0) = X_{new}(0), X_{old}(1) = X_{new}(1), \dots, X_{old}(6) = X_{new}(6), X_{old}(7) = X_{new}(7)$ , respectively. The current values of  $X(0), X(1), \dots, X(7)$  are treated as  $X_{new}(0), X_{new}(1), \dots, X_{new}(7)$ . They can be obtained by the recursive formula

$$\begin{bmatrix} X_{new}(0) \\ X_{new}(1) \\ X_{new}(2) \\ X_{new}(3) \\ X_{new}(4) \\ X_{new}(5) \\ X_{new}(6) \\ X_{new}(7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 115 + (-5) \cdot 1 \\ -1 - 4.83j + (-5) \cdot j \\ 27 + 16j + (-5) \cdot (-1) \\ -1 - 0.83j + (-5) \cdot (-j) \\ 27 + (-5) \cdot 1 \\ -1 + 0.83j + (-5) \cdot j \\ 27 - 16j + (-5) \cdot (-1) \\ -1 + 4.83j + (-5) \cdot (-j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110 \\ -1 - 9.83j \\ 32 + 16j \\ -1 + 4.17j \\ 22 \\ -1 - 4.17j \\ 32 - 16j \\ -1 + 9.83j \end{bmatrix}.$$

Let us check now the previous recursive FFT by the ordinary one using *Matlab*: `fft([24, 8, 12, 16, 20, 6, 5, 14], 8)`. The spectrum samples are:

$$\begin{aligned} X(0) &= 110, X(1) = -1 - 9.83j, X(2) = 32 + 16j, \\ X(3) &= -1 + 4.17j, X(4) = 22, X(5) = -1 - 4.17j, \\ X(6) &= 32 - 16j, X(7) = -1 + 9.83j. \end{aligned} \quad (12)$$

It is assumed in the second experiment that both samples in (9) emerge at the same time. They appear just after calculations performed with initial set of samples (9). The new fourth and sixth samples with values '25' and '5' come in (9) and the respective old ones with values '20' and '10' go out. Then, eq. (11) obtains the form

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \\ X(4) \\ X(5) \\ X(6) \\ X(7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a(1-j) & -j & b(1+j) & -1 & b(1-j) & j & a(1+j) \\ 1 & -j & -1 & j & 1 & -j & -1 & j \\ 1 & b(1+j) & j & a(1-j) & -1 & a(1+j) & -j & b(1-j) \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & b(1-j) & -j & a(1+j) & -1 & a(1-j) & j & b(1+j) \\ 1 & j & -1 & -j & 1 & j & -1 & -j \\ 1 & a(1+j) & j & b(1-j) & -1 & b(1+j) & -j & a(1-j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 24 \\ 8 \\ 12 \\ 16 \\ 25 \\ 6 \\ 5 \\ 14 \end{bmatrix}$$

Accordinging eq. (8) recursive 8-point FFT expression is

$$\begin{bmatrix} X_{new}(0) \\ X_{new}(1) \\ X_{new}(2) \\ X_{new}(3) \\ X_{new}(4) \\ X_{new}(5) \\ X_{new}(6) \\ X_{new}(7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110 + (5) \cdot 1 + (-5) \cdot 1 \\ 4 - 4.83j + (5) \cdot (-1) + (-5)j \\ 22 + 16j + (5) \cdot 1 + (-5) \cdot (-1) \\ 4 - 0.83j + (5) \cdot (-1) + (-5) \cdot (-j) \\ 22 + (5) \cdot 1 + (-5) \cdot 1 \\ 4 + 0.83j + (5) \cdot (-1) + (-5) \cdot j \\ 22 - 16j + (5) \cdot 1 + (-5) \cdot (-1) \\ 4 + 4.83j + (5) \cdot (-1) + (-5) \cdot (-j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110 \\ -1 - 9.83j \\ 32 + 16j \\ -1 + 4.17j \\ 22 \\ -1 - 4.17j \\ 32 - 16j \\ -1 + 9.83j \end{bmatrix} \quad (13)$$

Thus, the results (13) given by the recursive FFT of the form (7) are coincident with the results (12) that are obtained by ordinary FFT using Matlab standard function *fft*. Let us analyse now the recursive FFT using the special form

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \\ X(4) \\ X(5) \\ X(6) \\ X(7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G(0) + W_8^0 H(0) \\ G(1) + W_8^1 H(1) \\ G(2) + W_8^2 H(2) \\ G(3) + W_8^3 H(3) \\ G(0) - W_8^0 H(0) \\ G(1) - W_8^1 H(1) \\ G(2) - W_8^2 H(2) \\ G(3) - W_8^3 H(3) \end{bmatrix}$$

of ordinary FFT for the given period  $N$ . Here

$$G(k) = \sum_{n=0}^3 x(2n)W_4^{kn}, \quad H(k) = \sum_{n=0}^3 x(2n+1)W_4^{kn}, \\ \forall k = 0, 1, 2, 3.$$

Suppose that a new fourth sample '25' comes in the set, given by the initial eq. (9), and the old sample '20' goes out. At the same moment, every value of  $G(k) \forall k \in \overline{0,3}$  changes, while corresponding value of  $H(k) \forall k \in \overline{0,3}$  remains the same. Then, one can obtain

$$\begin{bmatrix} X_{new}(0) \\ X_{new}(1) \\ X_{new}(2) \\ X_{new}(3) \\ X_{new}(4) \\ X_{new}(5) \\ X_{new}(6) \\ X_{new}(7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G(0) + (5) \cdot 1 + W_8^0 H(0) \\ G(1) + (5) \cdot (-1) + W_8^1 H(1) \\ G(2) + (5) \cdot 1 + W_8^2 H(2) \\ G(3) + (5) \cdot (-1) + W_8^3 H(3) \\ G(0) + (5) \cdot 1 - W_8^0 H(0) \\ G(1) + (5) \cdot (-1) - W_8^1 H(1) \\ G(2) + (5) \cdot 1 - W_8^2 H(2) \\ G(3) + (5) \cdot (-1) - W_8^3 H(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{old}(0) \\ X_{old}(1) \\ X_{old}(2) \\ X_{old}(3) \\ X_{old}(4) \\ X_{old}(5) \\ X_{old}(6) \\ X_{old}(7) \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

This relationship is coincident with the formula (7), too.

## 5 RESULTS

It follows from the 8-point DFT example with real-valued samples set (9), that recursive FFT on an 8-point complex valued function, requires 8 operations (here operation is defined as one complex valued multiplication plus an one complex valued addition [3]) if one new sample comes in, and twice more both operations, if a portion of two samples emerges.

## 6 DISCUSSION

Thus,  $N$ -point DFT requires  $N$  complex-valued operations if one new sample emerges in a period, and  $2N$  operations if a portion of two samples goes in, respectively. On the other hand, direct computation of the DFT on an  $N$ -point complex valued function requires  $M$  operations to recalculate all  $N$  spectrum samples. Calculations increase even four times if twice increases the general number of samples to be processed. The Cooley-Tukey algorithm, that belongs to the class of FFT algorithms, takes approximately  $N \log_2 N$  operations [12, 13]. It is known [4], that for small values of  $N$  (say, 32 to 128) the FFT is important. For large values of  $N$  (1024 and above), the FFT is incredibly more efficient. For example, FFT is even hundred times faster than DFT, when  $N = 1024$ . Nevertheless, recalculation of spectrum samples by FFT is not only nonrational but also nonefficient if one sample emerges replacing an old one. In such a case, recursive calculation by (7) is much more effective. In order to change old spectrum samples the recursive FFT requires only 1024 operations on an 1024-point complex valued function, while the ordinary FFT requires 10 times more by anew their recalculation.

## CONCLUSIONS

For discrete-time signals the DFT coefficient values have been proposed to recursively determine if one new signal sample or new portion of samples emerge in the given period of a realization replacing the old sample or old portion of samples, respectively. The number of operations for their speedy calculating is essentially reduced by the original recursive expression in comparison with the ordinary DFT or FFT equations (2), (3), respectively, used in the case of fixed values of samples  $x(n) \forall n \in \overline{0, N-1}$  in a fixed period  $N$ . An example, presented here, has shown us the efficiency of the recursive approach, too. Therefore, it is not rational to recalculate frequency samples by ordinary DFT or even FFT algorithms if only one sample in the given period or if some small portion of samples is replaced by new sample or some new samples, respectively. The recursive FFT approach could be effective, especially, in real-time applications when speed of calculations is the main issue.

## ACKNOWLEDGEMENTS

The work is supported by the state budget scientific research project of Institute of Mathematics and Informatics of Vilnius University «Analysis, recognition, optimization and control of nonlinear systems and signals of complex structure» (registration number 2AP1.46) and by an European Commission Funded Project «Comenius MP» running from November 2012 to October 2014 (№ 526315-LLP-2012-CY-COMENIUS-CMP).

## REFERENCES

1. Deziel J. P. Applied introduction to digital signal processing / J. P. Deziel. – New Jersey : Prentice Hall, Inc., 2000. – 388 p.
2. Gonzalez R. C. Digitale Image Processing / R. C. Gonzalez. – New Jersey : Prentice Hall, Inc., 2007. – 976 p.
3. Oppenheim A. V. Discrete-time signal processing / A. V. Oppenheim, R. W. Shafer. – New Jersey : Prentice Hall, Inc., 2009. – 1120 p.
4. Proakis J. G. Digital signal processing. Principles, algorithms, and applications / J. G. Proakis, D. G. Manolakis. – New Jersey : Prentice Hall, Inc., 2006. – 1004 p.
5. Proakis J. G. Student manual for digital signal processing with Matlab / J. G. Proakis, V.K. Ingle. – New Jersey : Prentice Hall, Inc., 2006. – 264 p.

Пупейкіс Р.

Канд. техн. наук, доцент, старший сотрудник отдела процессов распознавания, Вильнюсский университет, Вильнюс, Литва

## ИСПРАВЛЕННОЕ БЫСТРОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

Проблема реализации дискретного преобразования Фурье в режиме он-лайн анализируется из-за неэффективных затрат времени для нового пересчета отсчетов спектра, если отсчет одного сигнала с дискретным временем или даже небольшая часть отсчетов в периоде заменены на новый отсчет или новые отсчеты, соответственно. Использование процедуры быстрого преобразования Фурье (БПФ) предполагает, что некоторые отсчеты сигнала в соответствующем периоде, доступные для цифровой обработки, обновляются с помощью датчика в режиме реального времени. Это актуально для каждого нового отсчета, который приводит к получению нового спектра. Обычный пересчет отсчетов спектра даже с высокоэффективным алгоритмом БПФ Кули-Тьюки не подходит из-за быстро изменяющегося во времени наблюдаемого реального процесса. Идея заключается в том, что процедура БПФ не должна пересчитываться с каждым новым отсчетом, нужно просто модифицировать его, когда новый отсчет появляется и заменяет старый. Получены рекуррентные формулы для алгоритмов БПФ, которые относятся к модификации отсчетов спектра. В случае возникновения одного нового отсчета, рекурсивный алгоритм вычисляет новые отсчеты спектра простым добавлением к вектору старых отсчетов спектра разности между старыми и новыми отсчетами, умноженной на соответствующий ряд матрицы «кода» Фурье. Приведен пример 8-точечного БПФ.

**Ключевые слова:** цифровая обработка сигналов, дискретное преобразование Фурье, быстрое преобразование Фурье.

Пупейкіс Р.

Канд. техн. наук, доцент, старший співробітник відділу процесів розпізнавання, Вільнюський університет, Вільнюс, Литва

## ВИПРАВЛЕНЕ ШВИДКЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

Проблема реалізації дискретного перетворення Фур'є в режимі он-лайн аналізується через неефективні витрати часу для нового перерахунку відліків спектру, якщо відлік одного сигналу з дискретним часом або навіть невелика частина відліків в періоді замінені на новий відлік або нові відліки, відповідно. Використання процедури швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) припускає, що деякі відліки сигналу у відповідному періоді, доступні для цифрової обробки, оновлюються за допомогою датчика в режимі реального часу. Це актуально для кожного нового відліку, який призводить до отримання нового спектра. Звичайний перерахунок відліків спектру навіть з високоэффективним алгоритмом ШПФ Кулі-Тьюки не підходить через швидко мінливого у часі спостережуваного реального процесу. Ідея полягає в тому, що процедура ШПФ не повинна перераховуватися з кожним новим відліком, потрібно просто модифікувати його, коли новий відлік з'являється і замінює старий. Отримано рекуррентні формули для алгоритмів ШПФ, які відносяться до модифікації відліків спектру. У разі виникнення одного нового відліку, рекурсивний алгоритм обчислює нові відліки спектру простим додаванням до вектора старих відліків спектру різниці між старими і новими відліками, помноженої на відповідний ряд матриці «коду» Фур'є. Наведено приклад 8-точкового ШПФ.

**Ключові слова:** цифрова обробка сигналів, дискретне перетворення Фур'є, швидке перетворення Фур'є.

## REFERENCES

1. Deziel J. P. Applied introduction to digital signal processing. New Jersey: Prentice Hall, Inc., 2000, 388 p.
2. Gonzalez R.C. Digitale Image Processing. New Jersey, Prentice Hall, Inc., 2007, 976 p.
3. Oppenheim A. V., Shafer R. W. Discrete-time signal processing. New Jersey, Prentice Hall, Inc., 2009, 1120 p.
4. Proakis J. G., Manolakis D. G. Digital signal processing. Principles, algorithms, and applications. New Jersey, Prentice Hall, Inc., 2006, 1004 p.
5. Proakis J. G., Ingle V. K. Student manual for digital signal processing with Matlab. New Jersey : Prentice Hall, Inc., 2006, 264 p.
6. Lyons R. G. Understanding digital signal processing. New Jersey, Prentice Hall, Inc., 2010, 984 p.
7. Richardson M. H. Fundamentals of the discrete Fourier transform, *Sound & Vibration Magazine*, 1978, March, pp. 1–8.

6. Lyons R. G. Understanding digital signal processing / R. G. Lyons. – New Jersey : Prentice Hall, Inc., 2010. – 984 p.
7. Richardson M. H. Fundamentals of the discrete Fourier transform / M. H. Richardson // *Sound & Vibration Magazine*. – 1978. – March. – P. 1–8.
8. Smith S. W. Digital signal processing. A practical guide for engineers and scientists / S.W. Smith. – San Diego : California Technical Publishing, 2003. – 640 p.
9. Pupeikis R. Vaizdu apdorojimo Matlab'o terpėje pagrindai / R. Pupeikis. – Vilnius : Technika, 2008. – 107 p.
10. Pupeikis R. Self-tuning minimum variance control of linear systems followed by saturation nonlinearities in a noisy frame / R. Pupeikis / *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. – 2014. – Vol. 24, № 2. – P. 313–325. DOI: 10.1002/rnc.2888
11. Казлаускас К. Цифровые системы обработки данных. Монография./ К. Казлаускас, Р. Пупейкіс. – Вильнюс : Мокслас, 1991. – 220 с.
12. Cooley J. W. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series/ J. W. Cooley, J. Tuke // *Mathematics Computation*. – 1965. – Vol. 19 – P. 297–301.
13. Brigham E. Fast Fourier transform and its applications / E. Brigham. – New Jersey : Prentice Hall, Inc., 1988. – 446 p.

Article was submitted 15.12.2014.

After revision 25.12.2014.

УДК 004:528.71

Гнатушенко В. В.<sup>1</sup>, Кавац О. О.<sup>2</sup>, Шевченко В. Ю.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Д-р техн. наук, професор, професор кафедри інформаційних технологій і систем Національної металургійної академії України, м. Дніпропетровськ, Україна

<sup>2</sup>Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій і систем Національної металургійної академії України, м. Дніпропетровськ, Україна

<sup>3</sup>Аспірант Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара, м. Дніпропетровськ, Україна

## ПІДВИЩЕННЯ ПРОСТОРОВОГО РОЗРІЗНЕННЯ БАГАТОКАНАЛЬНИХ АЕРОКОСМІЧНИХ ЗОБРАЖЕНЬ ВИСОКОГО ПРОСТОРОВОГО РОЗРІЗНЕННЯ НА ОСНОВІ ГІПЕРСФЕРИЧНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ

У роботі вирішено актуальне завдання розробки інформаційної технології підвищення візуальної якості багатоканальних аерокосмічних зображень високого просторового розрізнення. Об'єктом дослідження є процес злиття панхромного та мультиспектрального фотограмметричних сканерних зображень, отриманих координатно-чутливими сенсорами у видимому та інфрачервоному діапазонах електромагнітного проміння. Предмет дослідження становлять методи попередньої та синергетичної обробки багатоканальних даних для поліпшення якості результуючого зображення та зменшення кольорових спотворень. Мета роботи: автоматизоване підвищення просторового розрізнення первинного багатоканального зображення та в порівнянні з існуючими методами усунення спектральних спотворень в локальних областях. Крім того, запропонована технологія дозволить ефективно проводити подальше розпізнавання й оперативний моніторинг об'єктів інфраструктури. У роботі запропоновано нову інформаційну технологію злиття багатоканальних аерокосмічних зображень на основі HSV-конвертування і гіперсферичного перетворення кольору, що дозволяє поліпшити просторове розрізнення первинного цифрового зображення й уникнути спектральних спотворень. Це досягається, зокрема, за рахунок попередньої еквалізації первинних знімків, оброблення даних у локалізованих спектральних базисах, оптимізованого за інформаційними характеристиками, та використання інформації, яку містить зображення інфрачервоного діапазону. Розроблено програмне забезпечення, що реалізує запропонований підхід. Проведено експерименти з дослідження властивостей запропонованого алгоритму. Експериментальні оцінки проведені на восьмиканальних зображеннях, отриманих супутником WorldView-2. Результати тестування підтвердили, що запропонований підхід дозволяє досягти високої спектральної та просторової якості багатоканальних зображень та перевершує існуючі методи.

**Ключові слова:** сканерне зображення, вейвлет-перетворення, гіперсферичне перетворення, інформативність, злиття.

### НОМЕНКЛАТУРА

ERGAS – relative Dimensionless Global Error;

HCT – hyperspherical color transform;

HSV – hue, saturation, value;

ICA – independent component analysis;

MUL – multispectral image;

NIR – near infrared channel;

SSIM – structure similarity;

PAN – panchromatic image;

RGB – red, green, blue;

ДЗЗ – дистанційне зондування Землі;

КА – космічний апарат;

$I$  – інтенсивність яскравості;

$\theta$  – кутові змінні;

$Band$  – канали мультиспектрального зображення;

$N$  – номер каналу зображення.

### ВСТУП

Методологія обробки і дешифрування даних дистанційного зондування Землі (ДЗЗ) давно і добре опрацьована. Широкий комерційний доступ до супутникових даних високого розрізнення відкрив багато нових можливостей для їх використання. Типовий набір даних з апаратури ДЗЗ, встановленої на супутниках, включає мультиспектральне зображення (MUL) в трьох і більше каналах видимого та інфрачервоного діапазонів і панхромне зображення (PAN) у видимому діапазоні [1]. Панхромне зображення має зазвичай більш високу просторову роздільну здатність, ніж мультиспектральне. Актуальною областю сучасних наукових досліджень є синергетична обробка (злиття) таких

фотограмметричних даних декількох каналів з метою одержання штучного зображення із покращеними показниками інформативності у порівнянні із первинними знімками та їх подальший аналіз [1–4].

На сьогоднішній день одними із найсучасніших супутників високого просторового розрізнення є WorldView-2 та WorldView-3. Апаратура цих супутників має дуже схожі технічні характеристики. Мультиспектральний сенсор VNIR WorldView-3 незначно відрізняється своїми можливостями від сенсора WorldView-2, відмінність – тільки в трохи більшому розрізненні. КА WorldView-3 дозволяє вести космічну зйомку з роздільною здатністю до 0,31 м. У багатоспектральному режимі роздільна здатність системи становить 1,2 м, а в ближній ІЧ-ділянці спектра – 3,7 м. Додавання нового ІЧ-діапазону зажадало включення додаткового 8-канального модуля з ІЧ-детекторами в конструкцію оптичної системи супутника. Зазначимо, що знімки WorldView-3 вже зробили свій вплив на Міністерство торгівлі США, яке прийняло рішення зняти обмеження, що розповсюджувалися на комерційне використання супутникових фотографій, на яких відображені об'єкти з фізичними розмірами менше 50 см. Вже сьогодні DigitalGlobe може продавати зображення з 40-сантиметровим розрізненням, а в наступному році компанія отримає дозвіл на продаж знімків з роздільною здатністю до 31 см. Останні дослідження показали, що 8-канальна зйомка впевнено забезпечує підвищення точності дешифрування на 15–30% порівняно з традиційною 4-канальною зйомкою [5]. Але існуючі рішення проблеми підвищення інформативності первинних багато-

каналних даних орієнтовані переважно на збільшення їх візуальної якості без урахування фізичних механізмів фіксації видової інформації, розроблялися для мульти-спектральних знімків оптичного діапазону і тому мають ряд недоліків, основними з яких є суттєві колірні спотворення зображень [1–4]. Таким чином виникає необхідність розробки нових методів обробки первинних восьмиканальних аерокосмічних зображень для якісного і кількісного збільшення їх інформативності.

Метою роботи є розробка нової технології автоматизованого підвищення просторового розрізнення первинного багатоканального зображення й усунення спектральних спотворень в локальних областях.

### 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

У якості вхідних даних використовуються восьмиканальні знімки супутника WorldView-2. Необхідно розробити нову технологію підвищення інформативності аерокосмічних зображень, що дозволить одержати багатоспектральні зображення більш високого просторового розрізнення без втрати спектральної інформації. Основою технології є гіперсферичне перетворення кольору. Алгоритм поєднає в собі переваги заміщення компонент і багатомасштабного аналізу. Будуть отримані кількісні оцінки якості синтезованих мультиспектральних зображень такі як: ентропія, SSIM, ERGAS, Quality index та інші [6, 7]. Зазначені метрики дозволять оцінити якісні показники первинного та обробленого зображень.

### 2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Аерокосмічні зображення фіксованого об'єкту (сцени), одержані у різних спектральних інтервалах, мають різну просторову та радіометричну розрізненість і внаслідок цього суттєво розрізняються за просторовими розподілами яскравості. Разом з тим, кожне таке зображення має окрему інформаційну значущість щодо подання характеристик об'єкту (сцени).

Використання кольору для відображення даних ДЗЗ є одним із найбільш важливих аспектів, що пов'язані з обробкою зображення. Колір можна використовувати не тільки для відображення мультиспектральних знімків, але і для вилучення з них необхідної інформації (розпізнавання).

При описі сприйняття кольорового зображення, як правило, не користуються такими поняттями як відносна доля червоного, зеленого чи синього кольору. Саме тому вихідні кольорові компоненти RGB корисно перетворювати у компоненти, що відповідають тону, насиченості та інтенсивності (HSV). Саме таке перетворення є основою відомих методів підвищення якості цифрових зображень [1–5, 8].

Нажаль окреме використання існуючих методів підвищення просторового розрізнення багатоканальних зображень, таких як HSV, ICA, Color Normalized Brovey, Grama-Schmidt, PC Spectral Sharpening, не дає прийнятної результату [6, 8 10].

Спільною та основною проблемою, пов'язаною зі злиттям сканерних зображень, отриманих сучасними аерокосмічними системами, є істотне колірне порушення. Причиною таких спотворень є той факт, що існуючі алгоритми головним чином розроблялися для об'єднання зображень супутника SPOT. На відміну від відповідних харак-

теристик зазначеного кос-мічного апарату довжина панхром-хвилі сучасних супутників (IKONOS, QuickBird, Worldview-2 та ін.) була розширена від видимого до ближнього інфрачервоного діапазону.

Найбільш близькою до нашого дослідження є робота [11], але в ній автори не використовують перехід до HSV-простору, здійснюють за іншим правилом заміну яскравісної компоненти при гіперсферичному перетворенні та застосовують «a trous» – алгоритм, що в разі значних відмінностей контрастних характеристик первинних зображень неминуче призводить до посилення неінформативної шумової складової одного зображення до рівня суттєвих структурних особливостей іншого зображення.

### 3 МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ

В даній роботі ми пропонуємо алгоритм, заснований також на гіперсферичному перетворенні (НСТ), який вільний від зазначених вище недоліків і здатний ефективно працювати з будь-якою кількістю вхідних каналів мультиспектрального зображення. Крім того, на окремих кроках технології реалізовані такі методи обробки, як зважене усереднення, адаптивна гістограмна еквалізація, метод HSV та пакетне вейвлет-перетворення. Схема запропонованого алгоритму подана на рис. 1. Розглянемо основні етапи перетворення первинних багатоканальних зображень.

1. Завантажуємо фотограмметричні знімки супутника WorldView-2: панхромне – PAN, мультиспектральне – MUL (Coastal, Blue, Green, Yellow, Red, Red Edge, NIR1, NIR 2).

2. Виконуємо масштабування мультиспектрального (MUL) зображення до розмірів панхромного (PAN) знімка методом інтерполяції зі згладжувальним фільтром, що створює піксель як середньозважене пікселів, що містяться в області, яка опинилася під фільтром. Цей процес формує зображення з плавними переходами в сірому рівні [1].

3. Оскільки характерною рисою більшості фотограмметричних зображень є значна питома вага темних ділянок і порівняно мале число ділянок з високою яскравістю, тому наступним етапом пропонується провести еквалізацію мультиспектрального і панхромного зображень, за допомогою якої коригуємо первинні зображення, вирівнявши інтегральні площі ділянок з різними яскравостями. Пропонуємо використовувати адаптивну гістограмну еквалізацію [10].

4. Перетворюємо зображення з формату RGB в кольорову систему HSV [9]. Для панхромного зображення таке перетворення здійснюється з попереднім вибором у якості окремих R-, G-, B-компонент полутонового PAN-зображення. Для мультиспектрального зображення таке перетворення здійснюється з попереднім вибором у якості окремих R-, G-, B-компонент відповідних зображень 5-го, 3-го та 2-го каналів.

5. Замінюємо яскравісну V-компоненту мультиспектрального зображення  $MUL_{HSV}$  V-компонентом панхромного зображення  $PAN_{HSV}$ .

6. Здійснюємо зворотне перетворення отриманого на попередньому етапі зображення з формату HSV в кольорову систему RGB. Отримане зображення  $MUL_{RGB}$  вже буде мати підвищене просторове розрізнення у порівнянні з первинним знімком у натуральних кольорах.

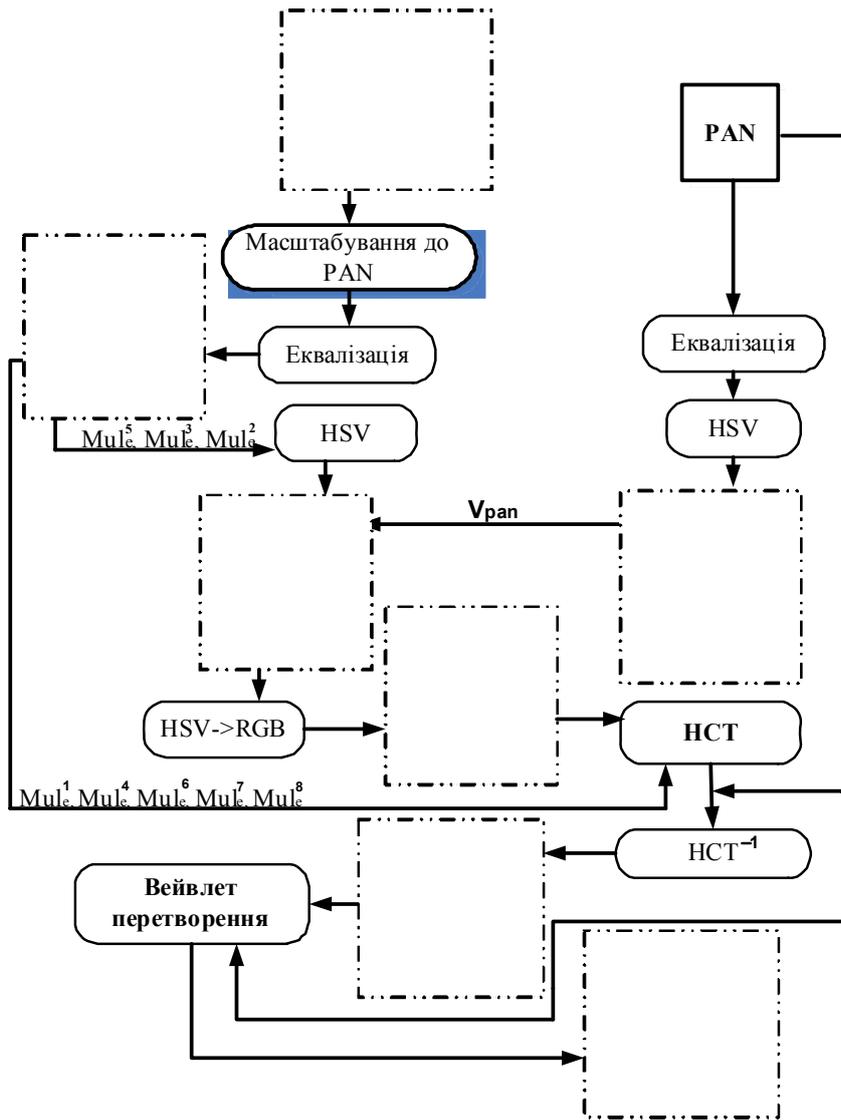


Рисунок 1 – Схема алгоритму

7. Перетворюємо восьмиканальне мультиспектральне зображення, що складається з  $MUL_{RGB}$  і зображень 1, 4, 6, 7, 8-го каналів після еквалізації) в гіперсферичний колірний простір, який задається формулами (1)–(4) [11]:

$$I = \sqrt{Band_1^2 + Band_2^2 \dots + Band_N^2}, \quad (1)$$

$$\theta_1 = \arctan \left( \frac{\sqrt{Band_N^2 + Band_{N-1}^2 \dots + Band_2^2}}{Band_1} \right), \quad (2)$$

$$\theta_{N-2} = \arctan \left( \frac{\sqrt{Band_N^2 + Band_{N-1}^2}}{Band_{N-2}} \right), \quad (3)$$

$$\theta_{N-1} = \arctan \left( \frac{Band_N}{Band_{N-1}} \right). \quad (4)$$

8. Замінюємо яскравісну  $I$ -компоненту багатоканального зображення панхромним зображенням PAN.

9. Застосовуємо зворотнє HCT-перетворення та отримуємо результат  $MUL_{HST}$  за формулами (5)–(8):

$$Band_1 = I \cos \theta_1, \quad (5)$$

$$Band_2 = I \sin \theta_1 \cos \theta_2, \quad (6)$$

$$Band_{N-1} = I \sin \theta_1 \sin \theta_2 \dots \sin \theta_{N-2} \cos \theta_{N-1}, \quad (7)$$

$$Band_N = I \sin \theta_1 \sin \theta_2 \dots \sin \theta_{N-2} \sin \theta_{N-1}. \quad (8)$$

10. Перетворюємо отримане зображення  $MUL_{HST}$  в первинну кольорову модель.

11. Застосовуємо вейвлет-перетворення [12]. Розклад відповідних каналів яскравості багатоканального зображення здійснюється до заданого рівня декомпозиції за оптимального пакетного вейвлет-базису у відповідності з обраною функцією інформаційної вартості (критерієм інформативності), обчислюваної відносно коефіцієнтів вейвлет-розкладу вершини-пращура та вершин всіх його нащадків. Далі здійснюємо формоутворення нових складових розкладу згідно з обраним правилом об'єднання

коефіцієнтів, зворотний пакетний вейвлет розклад та перехід до вихідної кольорової метрики [10]. Отримуємо результат RES у вигляді восьмиканального зображення з підвищеним просторовим розрізненням без втрат спектральної інформації.

**4 ЕКСПЕРИМЕНТИ**

Виконаємо експериментальне дослідження ефективності розробленого методу на основі гіперсферичного перетворення. Для цього будемо використовувати кількісні оцінки якості синтезованих мультиспектральних зображень: ентропія, SSIM, ERGAS, Quality index та ін. [6, 7].

Для реалізації окремих етапів запропонованого алгоритму та його порівняння з відомими методами використовувались програмний продукт для обробки даних ДЗЗ ENVI 5.0 і пакет для інженерних розрахунків Matlab 12.0 [13]. В програмному комплексі ENVI 5.0 використано методи HSV, PCA, Grama-Shmidt, Color Normalized (Brovey) та еквалізація. В пакеті Matlab 12.0 нами програмно реалізовано та здійснено гіперсферичне та вейвлет-перетворення, а також розрахунок кількісних оцінок ефективності методів: ентропії, SSIM, ERGAS, Quality index.

**5 РЕЗУЛЬТАТИ**

На рис. 2а подано фрагмент панхромного зображення до обробки, на рис. 2б – первинне мультиспектральне зображення з вибором у якості окремих R-, G-, B-компонент відповідних зображень 5-го, 3-го та 2-го каналів. На рис. 2в подано фрагмент мультиспектрального зображення після обробки запропонованим у роботі алгоритмом. Для його RGB-візуалізації також використано 5-й, 3-й та 2-й канали.

У табл. 1 наведено розраховані значення ентропії, оцінені для первинних мультиспектрального та панхромного зображень, а також для синтезованого багатоканального зображення за запропонованим методом (розмір фрагментів зображень 500×500 пікселів). У табл. 2 наведені значення ERGAS і SSIM для синтезованих мультиспектральних зображень, отриманих окремо відомими методами злиття (PCA, Grama-Shmidt, HSV, Wavelet) і запропонованим у роботі методом.

**6 ОБГОВОРЕННЯ**

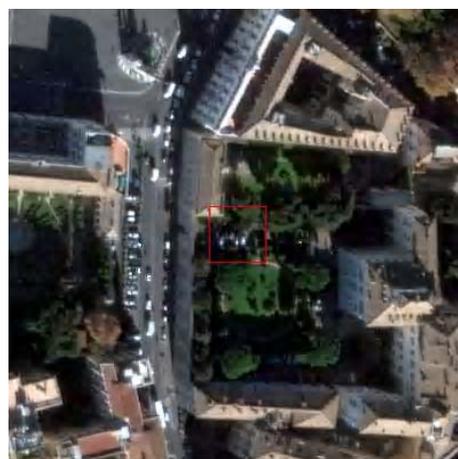
Як видно із табл. 1, запропонований метод дійсно підвищує інформативність мультиспектрального зображення, оскільки значення ентропії в порівнянні з вхідними даними є вищим. З результатів табл. 2 можна бачити, що найефективнішим методом злиття зображень є запропонований метод (RES). На це вказує значення безрозмірної глобальної помилки ERGAS, що є найменшим (ERGAS=1,52) у порівнянні з існуючими методами і свідчить про мінімальну «кількість» спектральних спотворень фотограмметричних сканерних зображень. Про ефективність розробленої технології також свідчать отримані значення індексу SSIM, який визначає структурну схожість двох зображень (еталонного та синтезованого зображення). Структурна схожість розуміється нами як подібність геометричних структур зображень, яка інваріантна до розподілів їхньої яскравості та контрастності. Просторовий розподіл яскравості зображення, отриманого після обробки, зрозуміло, відрізняється від первин-



а



б



в

Рисунок 2 – Фрагменти зображень: а – первинне панхромне, б – первинне мультиспектральне, в – синтезоване після обробки запропонованим алгоритмом

Таблиця 1 – Кількісні значення ентропії

Зображення	Значення ентропії
Панхроматичне (Pan)	7,2932
Мультиспектральне (Mul)	7,2719
Синтезоване зображення (RES)	7,5118

Таблиця 2 – Порівняльний аналіз ефективності методів

Метод	Метрика ERGAS	SSIM
PCA	2,21	0,768
Grana-Shmidt	1,95	0,831
HSV	2,48	0,672
Wavelet	1,89	0,875
Запропонований (RES)	<b>1,52</b>	<b>0,982</b>

ного, що впливає із самого факту обробки, спрямованої на підвищення інформативності видових даних. При цьому принципове значення має збереження структури первинного зображення в обробленому знімку, інваріантному щодо яскравості й контрастності обробленого знімка (як параметрів, які пов'язані з «зовнішніми факторами», наприклад, чутливістю датчика видової інформації). Нами у якості еталонного зображення було взято панхроматичне зображення, що з набору багатоспектральних даних має найбільш високе просторове (структурне) розрізнення.

Таким чином, аналіз результатів свідчить про те, що синтезоване зображення високого просторового розрізнення з максимальною інформативністю забезпечує комплексування саме за запропонованою технологією з попередньою еквалізацією первинних зображень.

## ВИСНОВКИ

У роботі вирішено актуальну задачу автоматизованого підвищення просторового розрізнення первинних багатоканальних зображень.

Наукова новизна роботи полягає у розробці нового методу злиття багатоканальних аерокосмічних зображень на основі HSV-конвертування і гіперсферичного перетворення кольору, що дозволяє поліпшити просторову здатність первинного цифрового зображення й уникнути спектральних спотворень в локальних областях. У порівнянні з існуючими методами злиття запропонована інформаційна технологія дозволяє підвищити інформативність багатоканального зображення без істотних кольорних спотворень. Це досягається, зокрема, за рахунок попередньої еквалізації первинних знімків, оброблення даних у локалізованих спектральних базисах, оптимізованого за інформаційними характеристиками, та використання інформації, яку містить зображення інфрачервоного діапазону.

Практична цінність отриманих результатів полягає в тому, що розроблене програмне забезпечення, яке реалізує запропонований метод, дозволяє покращувати інформативність первинного цифрового зображення. Це дозволяє в свою чергу підвищувати достовірність подальшого розпізнавання об'єктів і виділення затінених ділянок на цифровому зображенні високого просторового розрізнення.

Перспективи подальших досліджень полягають у проведеному подальших досліджень, пов'язаних з компенсацією впливу низки факторів, які суттєво впливають на просторову та радіометричну розрізненість багатоканальних аерокосмічних зображень, а також визначенням можливості забезпечення заданої достовірності подальшого розпізнавання об'єктів земної поверхні.

## ПОДЯКИ

Роботу виконано в рамках держбюджетної науково-дослідної роботи Міністерства освіти і науки України «Математичні моделі та методи ідентифікації та тематичної обробки багатоспектральних растрових зображень» (№ Держ. реєстрації 0112U000187).

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Шовенгердт Р. А. Дистанционное зондирование. Методы и модели обработки изображений / Р. А. Шовенгердт. – М. : Техносфера, 2010. – 560 с.
2. Pohl C. Review article multisensor image fusion in remote sensing: Concepts, methods and applications / C. Pohl, J. L. van Genderen // International Journal Remote Sensing. – 1998. – № 19. – P. 823–854. DOI: 10.1080/014311698215748.
3. A Survey of Classical Methods and New Trends in Pansharpening of Multispectral Images / [I. Amro, J. Mateos, M. Vega, R. Molina, A. K. Katsaggelos] // EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. – Vol. 1/79. – P. 79. DOI: 10.1186/1687–6180–2011–79.
4. Zhang J. Multi-source remote sensing data fusion: Status and trends / J. Zhang // International Journal of Image and Data Fusion. – 2010. – № 1. – P. 5–24. DOI: 10.1080/19479830903561035.
5. Padwick C. WorldView-2 pan-sharpening / C. Padwick, M. Deskevich, F. Pacifici, S. Smallwood // ASPRS: Conference, San Diego, California, 26–30 April, 2010: proceedings. – San Diego, 2010. – P. 99–103.
6. Wang Z. Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity / Z. Wang, A. C. Bovik, H. R. Sheikh, E. P. Simoncelli // IEEE Transactions on Image Processing. – 2004. – Vol. 13, No. 4. – P. 600–612. DOI: 10.1109/TIP.2003.819861.
7. Wald L. Quality of High Resolution Synthesised Images: Is There a Simple Criterion? / L. Wald // Fusion of Earth Data: Merging Point Measurements, Raster Maps and Remotely Sensed Images: Third Conference, Sophia Antipolis, 26–28 January 2000: proceedings. – Sophia Antipolis, France, 2011. – P. 99–103.
8. Zhang Y. An IHS and wavelet integrated approach to improve pan-sharpening visual quality of natural color IKONOS and QuickBird images / Y. Zhang, G. Hong // International Journal of Image and Data Fusion. – 2005. – № 6. – P. 225–234. DOI: 10.1016/j.inffus.2004.06.009.
9. Гнатушенко В. В. Злиття аерокосмічних зображень високого просторового розрізнення на основі HSV-перетворення та вейвлет-декомпозиції / В. В. Гнатушенко, В. Ю. Шевченко // Вісник ХНТУ. – 2014. – № 2 (47). – С. 100–105.
10. Гнатушенко В. В. Інформаційна технологія підвищення просторової розрізненості цифрових супутникових зображень на основі ICA- та вейвлет-перетворень / В. В. Гнатушенко, О. О. Кавац // Вісник Національного університету «Львівська політехніка», серія «Комп'ютерні науки та інформаційні технології». – 2013. – № 771. – С. 28–32.
11. Li X. Hyperspherical color transform based pansharpening method for WorldView-2 satellite images / X. Li, H. Mingyi, L. Zhang // Industrial Electronics and Applications: 8<sup>th</sup> IEEE Conference, Melbourne, Australia, 19–21 June 2013: proceedings. – Melbourne, 2013. – P. 520. DOI: 10.1109/ICIEA.2013.6566424.
12. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов / Пер. с англ. Я. М. Жилейкина. – М. : Мир, 2005. – 671 с., ил.
13. Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений в среде MATLAB / Р. Гонсалес, Р. Вудс, С. Эддинс. – М. : Техносфера, 2006. – 616 с.

Стаття надійшла до редакції 09.12.2014.  
Після доробки 25.12.2014.

Гнатушенко В. В.<sup>1</sup>, Кавац О. О.<sup>2</sup>, Шевченко В. Ю.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Д-р техн. наук, професор, професор кафедри інформаційних технологій і систем Національної металургічної академії України, г. Днепропетровск, Україна

<sup>2</sup>Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій і систем Національної металургічної академії України, г. Днепропетровск, Україна

<sup>3</sup>Аспірант Днепропетровського національного університету імені Олеся Гончара, г. Днепропетровск, Україна

### ПОВЫШЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗРЕШЕНИЯ МНОГОКАНАЛЬНЫХ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ВЫСОКОГО ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗРЕШЕНИЯ НА ОСНОВЕ ГИПЕРСФЕРИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

В работе решена актуальная задача разработки информационной технологии повышения визуального качества многоканальных аэрокосмических изображений высокого пространственного разрешения. Объектом исследования является процесс слияния панхромного и мультиспектрального фотограмметрических сканерных изображений, полученных координатно-чувствительными сенсорами в видимом и инфракрасном диапазонах электромагнитного излучения. Предмет исследования составляют методы предварительной и синергетической обработки многоканальных данных для улучшения качества результирующего изображения и уменьшения цветовых искажений. Цель работы: автоматизированное повышение пространственного разрешения первичного многоканального изображения и по сравнению с существующими методами устранение цветовых искажений в локальных областях. Кроме того, предлагаемая технология позволит эффективно проводить дальнейшее распознавание и оперативный мониторинг объектов инфраструктуры. В работе предложена новая информационная технология слияния многоканальных аэрокосмических изображений на основе HSV-конвертирования и гиперсферического преобразования цвета, которая позволяет улучшить пространственное разрешение первичного цифрового изображения, избежать при этом спектральных искажений. Это достигается, в частности, за счет предварительной эквализации первичных снимков, обработки данных в локализованных спектральных базисах, оптимизированной по информационным характеристикам, и использования информации, содержащейся в изображении инфракрасного диапазона. Разработано программное обеспечение, реализующее предложенный подход. Проведены эксперименты по исследованию свойств данного алгоритма. Экспериментальные оценки проведены на восьмиканальных изображениях, полученных спутником WorldView-2. Результаты тестирования подтвердили, что предложенный подход позволяет достичь высокого спектрального и пространственного качества многоканальных изображений и превосходит существующие методы.

**Ключевые слова:** сканерное изображения, вейвлет-преобразование, гиперсферическое преобразования, информативность, слияние.

Hnatushenko V. V.<sup>1</sup>, Kavats O. O.<sup>2</sup>, Shevchenko V. Yu.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Dr. of Sc., Professor, Professor of Department of Information Technologies and Systems, National Metallurgical Academy of Ukraine, Dnepropetrovsk, Ukraine

<sup>2</sup>PhD, Associate Professor, Associate Professor of Department of Information Technologies and Systems, National Metallurgical Academy of Ukraine, Dnepropetrovsk, Ukraine

<sup>3</sup>Post-graduate student, Dnipropetrovsk National University named by Oles Honchar, Dnepropetrovsk, Ukraine

### IMPROVEMENT THE SPATIAL RESOLUTION OF MULTICHANNEL AEROSPACE HIGH SPATIAL RESOLUTION IMAGES ON THE BASE OF HYPERSPHERICAL TRANSFORM

In this paper we solve an actual problem of development of information technology to improve the visual quality of multi-channel space images of high spatial resolution. The object of the research is the process of fusing panchromatic and multispectral photogrammetric images obtained coordinate-sensitive sensors in the visible and infrared regions of the electromagnetic radiation. The subject of research are methods make preliminary and synergistic multi-channel data processing to improve the quality of the resulting image and reduce the color distortion. The purpose of the work is to increase the spatial resolution of the automated primary multi-channel images and compared with existing methods of eliminating color distortion in the local areas. In addition, the proposed technology will effectively carry out further recognition and real-time monitoring infrastructure. In the paper we propose a new information pansharpening technology based on HSV-converting and hyperspherical color conversion, which allows not only to improve the spatial resolution of the primary digital image, but also avoid the spectral distortion. This is achieved, in particular, by image pre-equalization, data processing localized spectral bases, optimized performance information, and the information contained in the infrared image. The software implementing proposed method is developed. The experiments to study the properties of the proposed algorithm are conducted. Experimental evaluation performed on eight-channel images obtained WorldView-2 satellite. Test results confirmed that the proposed approach can achieve high spectral and spatial quality multichannel images and outperforms existing methods.

**Keywords:** scanner images, the wavelet transform, hyperspherical color transform, informative, pansharpening.

### REFERENCES

- Shovengedt R. A. Distancionnoe zondirovanie. Metody i modeli obrabotki izobrazhenij. Moscow, Tehnosfera, 2010, 560 p.
- Pohl C. J., Van Genderen L. Review article multisensor image fusion in remote sensing: Concepts, methods and applications, *International Journal Remote Sensing*, 1998, No. 19, pp. 823–854. DOI: 10.1080/014311698215748.
- Amro I., Mateos J., Vega M., Molina R., Katsaggelos A. K. A Survey of Classical Methods and New Trends in Pansharpening of Multispectral Images, *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, Vol. 1/79, P. 79. DOI: 10.1186/1687-6180-2011-79.
- Zhang J. Multi-source remote sensing data fusion: Status and trends, *International Journal of Image and Data Fusion*, 2010, No. 1, pp. 5–24. DOI: 10.1080/19479830903561035.
- Padwick C., Deskevich M., Pacifici F., Smallwood S. WorldView-2 pan-sharpening, *ASPRS Conference*, San Diego, California, 26–30 April, 2010: proceedings. San Diego, 2010, pp. 99–103.
- Wang Z., Bovik A. C., Sheikh H. R., Simoncelli E. P. Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity, *IEEE Transactions on Image Processing*. 2004, Vol. 13, No. 4, pp. 600–612. DOI: 10.1109/TIP.2003.819861.
- Wald L. Quality of High Resolution Synthesised Images: Is There a Simple Criterion? *Fusion of Earth Data: Merging Point Measurements, Raster Maps and Remotely Sensed Images: Third Conference*. Sophia Antipolis, 26–28 January 2000, proceedings. Sopia Antipolis, France, 2011, pp. 99–103.
- Zhang Y., Hong G. An IHS and wavelet integrated approach to improve pan-sharpening visual quality of natural color IKONOS and QuickBird images, *International Journal of Image and Data Fusion*, 2005, No. 6, pp. 225–234. DOI: 10.1016/j.inffus.2004.06.009.
- Hnatushenko V. V., Ju V. Shevchenko Zlittja aerokosmichnih zobrazhen' visokogo prostorovogo rozrizenennja na osnovi HSV-peretvorenija ta vejlvet-dekompozicii, *Visnik HNTU*, 2014, No. 2 (47), pp. 100–105.
- Hnatushenko V. V., Kavac O. O. Informacijna tehnologija pidvishennja prostorovoї rozrizenosti cifrovih sputnikovih zobrazhen' na osnovi ISA- ta vejlvet-peretvoren', *Visnik Nacional'nogo universitetu «L'vivs'ka politehnika», serija «Komp'juterni nauki ta informacijni tehnologii»*, 2013, No. 771, pp. 28–32.
- Li Xu, Mingyi He, Zhang Lei Hyperspherical color transform based pansharpening method for WorldView-2 satellite images, *Industrial Electronics and Applications: 8<sup>th</sup> IEEE Conference, Melbourne, Australia, 19–21 June 2013: proceedings*. Melbourne, 2013, pp. 520. DOI: 10.1109/ICIEA.2013.6566424.
- Malla S. Vejlveti v obrabotke signalov. Per. s angl. Ja. M. Zhilejkina. Moscow, Mir, 2005, 671 p.
- Gonsales R., Vuds R., Jeddins S. Cifrovaja obrabotka izobrazhenij v srede MATLAB. Moscow, Tehnosfera, 2006, 616 p.

# УПРАВЛІННЯ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ

## УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

### CONTROL IN TECHNICAL SYSTEMS

UDC 004.21

Bayas M. M.

Post-graduate student of Department of Computer Systems of Institute of Automation, Electronics and Computer Systems, Vinnitsia National Technical University, Ukraine. Senior lecturer of «Universidad de la Península de Santa Elena», Ecuador

#### DEVELOPMENT OF A COORDINATION METHOD FOR EFFECTIVE DECISION-MAKING IN A HIERARCHICAL MULTILEVEL INDUSTRIAL SYSTEM

In modern conditions of manufacturing the ever increasing size of enterprises leads to objective changes in the interdependence of their subordinated structures. The resulting complexity requires modernization of the process management systems. One important direction task in this modernization is the development of effective methods of coordination. Therefore, this article addresses the problem of coordination in decision making among a group of autonomous production units. The object of study is the local decision making process on a dairy plant, which operate with three production lines. The subject of study is the coordination of operations when there is only one packaging machine. The objective of this work is to increase the overall effectiveness index of a system of production units by means of optimal resource allocation and synchronization of operations of technological processes. For effective coordination it is proposed a method that ensures the optimization of processes while considering the particular preferences of each local decision-making unit. For each subordinated decision unit or coordinator, an objective function measures the effectiveness of the subprocesses activities. The coordinator affects the lower-level decision-making so that the performance of the whole system is optimized. It incorporates a hierarchical multilevel system for the management of activities, and the detailed mathematical modeling of the sequencing of operations. The method proposed is based on the theory of fuzzy sets and fuzzy logic. The decision-making process is accomplished by a minimax estimation of the membership functions. The coordinated operations give as result a higher global effectiveness. Additionally, for the comparison of preferences, the normalized criteria of effectiveness based on the technological characteristics of each process are suggested.

**Keywords:** coordination of subprocess, fuzzy method, hierarchical multilevel system, decision-making.

#### NOMENCLATURE

opt is an optimal (desired or acceptable) value of the performance of the whole system for the problem being solved;

$B_i$  is a volume of buffer  $i$ ;

$B_{\max i}$  is a maximum capacity of the temporary stores;

$C$  is a production cost;

$E$  is a effectiveness criterion of the system;

$eff_i$  is a value of a normalization constant;

$K_0$  is a central coordinator;

$K_{1-3}$  are the subordinated coordinators;

$K_4$  is a coordinator of the packing device;

$P$  is a revenue;

$p_i$  is a performance of the production lines;

$p_u$  is a performance of the packing device;

$R_p$  is a finished product;

$R_0$  is a raw material;

$R_{0i}$  is a coordination vector (resource allocation);

$S$  is a vector of sequencing of activities;

$T$  is a completion time;

$t_{01}$  is a start time of the first subprocess;

$t_{0u}$  is a start time of operation of the packing and transfer device;

$t_{li}$  is a buffer  $i$  loading time;

$t_f$  is a moment of completion of the process;

$t_{ui}$  is a buffer  $i$  unloading time;

$t_{fu}$  is an end time of operation of the packing and the transfer device;

$t_{pi}$  is a processing time;

$X_{oi}$  is a decision vector (raw material request);

$\alpha_i, \lambda_i$  are coordination variables;

$\sigma_{pi}$  is a measure that takes into account the statistical characteristics of the subprocess.

**INTRODUCTION**

In modern conditions of manufacturing the ever increasing size of enterprises leads to objective changes in the interdependence of their subordinated structures. The resulting complexity requires modernization of the process management systems. One important direction task in this modernization is the development of effective methods of coordination.

The objective of this paper is to increase the overall effectiveness index of a system of production units by means of optimal resource allocation and synchronization of operations of technological processes.

**1 PROBLEM STATEMENT**

Given a system comprised of a set of subprocesses (production lines)  $\langle SP_1, SP_2, \dots, SP_n \rangle$  with the inputs (raw material)  $\langle R_{01}, R_{02}, \dots, R_{0n} \rangle$  intermediate outputs (produced units)  $\langle R_{r1}, R_{r2}, \dots, R_{rn} \rangle$  and the following restrictions: buffers  $\langle B_1, B_2, \dots, B_n \rangle$ ; production line performances  $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$ , performance of a shared single packing and transfer mechanism  $p_u$ . Taking into account the physical and technical constraints the problem of system coordination is to find a decision vector  $\langle R_{01}, R_{02}, \dots, R_{0n} \rangle$  in order to obtain  $E = F(\text{eff}) \rightarrow \text{opt}$ , where in  $E$  is the effectiveness criterion of the system and  $\text{eff}_i$  the effectiveness criteria of the different subprocesses.

As the object of study let's consider the problem of coordination of local decisions of a dairy plant, which produces three types of dairy products. The technological process of preparation and packaging of milk is a complex technological task automation, which should provide some technological operations: receiving, separation, homogenization, normalization, packaging and packing. Each operation is a time-consuming process that requires continuous monitoring. The objective of the management system is the coordination of the operations when there is only one packaging machine. The presence of only one packaging device makes it very difficult the parallel operation of all the lines, and therefore it leads to downtime and loss of profits. Figure 1 shows the typical scheme of coordination of the dairy plant.

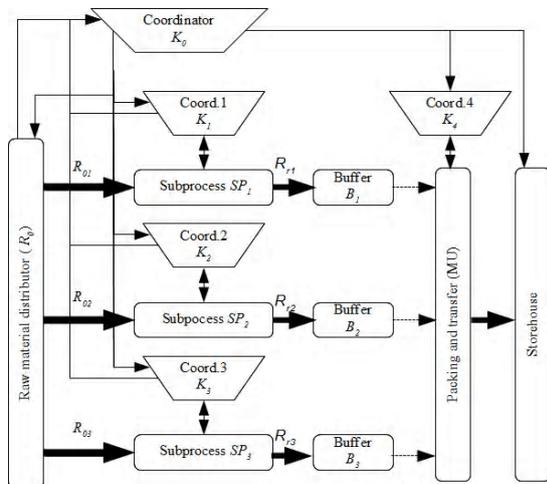


Figure 1 – Scheme of coordination: **█**– mass flow, **→**– data flow, **↔**– subprocess pending for packing and transfer

**2 REVIEW OF THE LITERATURE**

The problem of development of science-based hierarchical management systems becomes relevant in a continuous adaptation of modern industries to external changes. It is important to highlight the Mesarovic's theory of management of hierarchical multilevel systems [1] among one of the most significant developments in the field of hierarchical structures of a different nature. Also significant contributions were made in the work of the following researchers, T. Malone and K. Crowston, A. A. Voronin, S. P. Mishin, V. N. Burkova, D. A. Novikov, M. B. Gubko, M. J. Beckmann and several other researchers [2–9]. The basis of most of these works on classical is the methods of mathematical programming, game theory, the theory of dynamic systems. The study of hierarchical systems has a number of basic problems of operation and control. In particular, the problem of decomposition of the system, the task of coordinating the system, the task of accounting for uncertainty of parameters and variables in hierarchical decision-making systems are of interest [10].

The coordination method of the multi-level hierarchical system, of course, has an impact on its most important characteristics, such as efficiency, reliability, and cost. Therefore, the determination of the optimal coordination method is an important task in the design of complex process control systems [1–10].

The principal methods focus mostly on iterative and non-iterative algorithms for deterministic coordination. However, the variety of problems of coordination, the large size of the problem, the uncertainty in estimating the state of the coordinated processes requires further research. In particular, the published studies do not consider the problem of resource allocation in relation to the task of synchronizing parallel processes [10–13].

**3 MATERIALS AND METHODS**

The main task in the development of a multi-level system is the specification of system elements. In the simplest case, a coordinator  $K$  can be modeled by input/output relation  $K \subset I \times O$ ,  $I$  is the set of inputs and  $O$  the set of outputs. In most cases, the mapping from one set to another is not expressed explicitly. The input and output variables and parameters of the coordinators are showed in fig. 2.

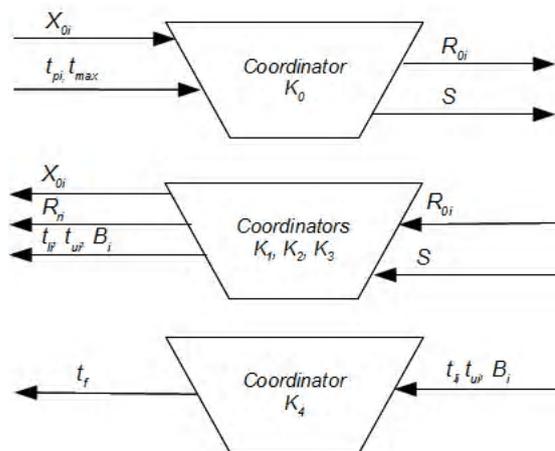


Figure 2 – Coordinators' input and output variables and parameters

One key factor in process management systems is the performance analysis. This analysis ensures that the system meets the technical requirements; the final products are delivered on time, and manufactured within reasonable costs. For each subordinated decision unit or coordinator, an objective function  $eff$ , measures the effectiveness of the subprocesses activities and is a function of the sub-systems input and output variables. The objective of the coordinator is to affect the lower-level decision-making so that the performance of the whole system is optimized. Having a performance index for each subprocess allows to make the sub-system decision-making problems independent from each other and to remove the possible «conflicts» caused by the interconnections between the sub-systems.

The full use of productive capacity is an objective optimization of industrial processes. The amount of resources allocated to each subprocess determines the degree of utilization. However, if the assignment exceeds the performances then the lines work in low-efficiency regimes. The efficiency criterion must, therefore, consider these factors, equation (1):

$$eff_i = eff_{0i} \exp \left[ \frac{-\left(\frac{X_i - T}{P_i}\right)^2}{\sigma_{pi}} \right]. \quad (1)$$

One of the issues when measuring effectiveness criteria of the different subprocesses concerns the scale, fig. 3. Scaling coefficients are used to represent all numerical quantities to comparable orders of magnitude; in this case they are normalized to one.

To formalize the effectiveness criterion of the packing and transfer device, it is necessary to formulate the model of the process, a Gantt chart is shown in fig. 4.

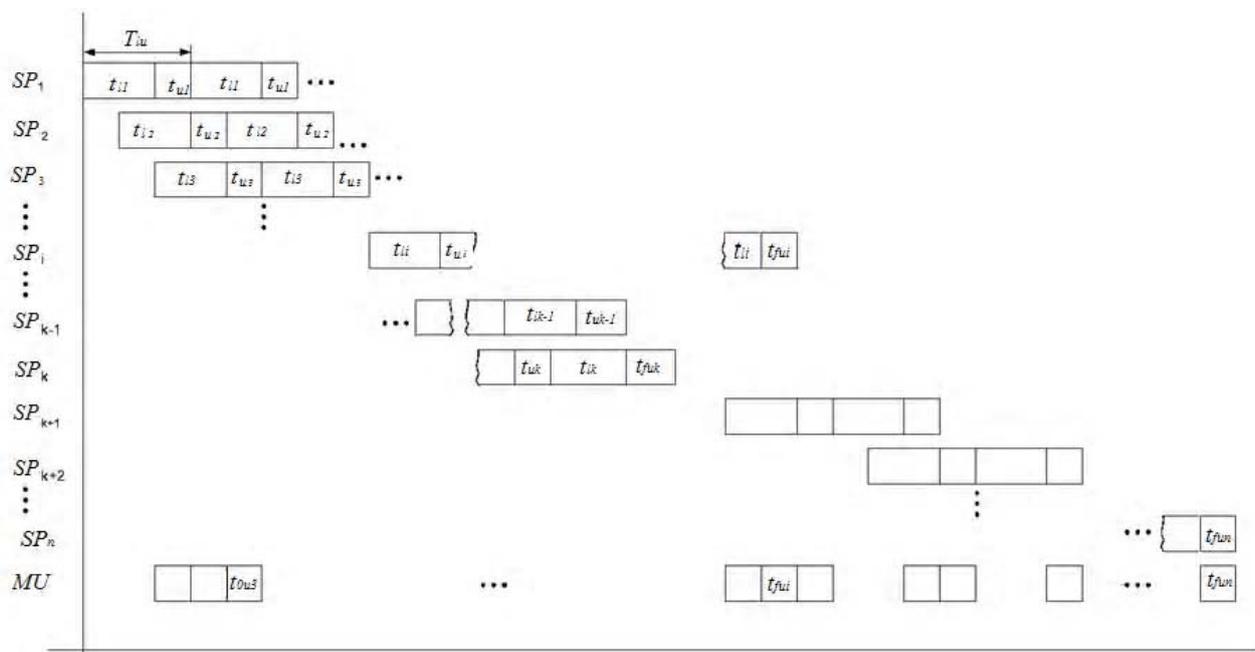


Figure 4 – Model of the process

A wide range of problems, including the coordination of production activities are solved using search methods. These methods aim to find an optimal solution within a search space  $\Omega$ , defined by a series of constraints. In most cases, the search requires high computational costs. Analytical methods, such as gradient-based methods are not applicable when the space is multidimensional search or the task has a combinatorial nature. For this reason researchers prefer heuristic methods such as genetic algorithms or random search methods [10, 12–14].

Then the criterion of effectiveness of the packing machine can be written as follows in the equation (2):

$$eff_4 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{R_{ri}}{P_u}}{t_{fu} - t_{ou}}. \quad (2)$$

The task of the coordinator of the packing machine is to minimize coefficient  $eff_4$ . The sequencing of the operations is carried out as follows:

1. Finding the number  $k$  of subprocesses that can work in parallel, equation (3):

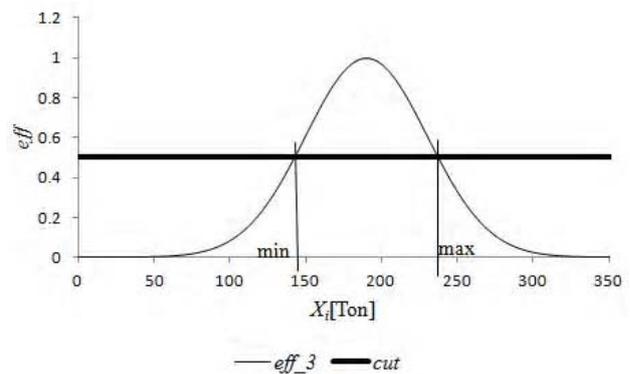


Figure 3 – Effectiveness criteria of the different subprocesses

$$\sum_{i=1}^{r \in (1, n)} p_i = p_i \leq p_u < \sum_{i=1}^{k+1} p_i. \quad (3)$$

2. The  $k$  subprocesses are sequenced according to the value of the buffer load time so that if  $t_{li} > t_{lj}$  then  $t_{oi} < t_{oj}$ .

3. The remaining  $n-k$  subprocesses are sequenced from the lowest to the highest according to the buffer loading time.

4. The start time of the subprocess  $k+1$  is equal to equation (4):

$$\max_{i \in (1, k)} (t_{fi}) - t_{l(k+1)}. \quad (4)$$

For the calculation of the start time and final time of operations, the following procedure is proposed:

Let to consider the parallel processes. The start time of the process is equal to the start time of the first subprocess  $t_{o1}=0$ , and the start time for the  $i$  subprocess is given equation (5):

$$t_{oi} = (i-1)T - \sum_{j=2}^i t_{lj}. \quad (5)$$

where  $T_{lu}$  is the sum of  $t_{li}$  and  $t_{ui}$ . The completion time of the sub-processes is written as  $t_{fi}=t_{oi}+t_{pi}$ . And the process time  $t_{pi}$  is given by equation (6):

$$t_{pi} = \frac{R_{ri}}{p_i}. \quad (6)$$

From these equations, the completion time of the parallel subprocesses  $k$  is given by equation (7):

$$t_{f \max} = t_{o1} + \max_{i \in (1, k)} \frac{R_{ri}}{p_u}. \quad (7)$$

For subprocesses  $n-k$ , that work in series, the start time and the completion time are calculated by equations (8) and (9):

$$t_f(k+j) = t_0(k+j) + t_p(k+j), \quad (8)$$

$$t_0(k+j) = t_{fk} - t_l(k+j). \quad (9)$$

Therefore,

$$t_{fn} = t_{f \max} - \sum_{i=k+1}^n t_{li} + \sum_{i=k+1}^n t_{pi}, \quad (10)$$

The start time of the packing device  $t_{ou}=t_{l1}$  and the completion time  $t_{fu}=t_{fn}$ .

A number of sub-processes can work in parallel if the conditions illustrated in fig. 5 are met by equation (11):

$$\begin{cases} t_{li} + t_{ui} = T_{lu}, \\ \sum t_{ui} = T_{lu}, \\ \sum_{i=1}^n t_{li} = (k-1) \sum_{i=1}^k t_{ui}. \end{cases} \quad (11)$$

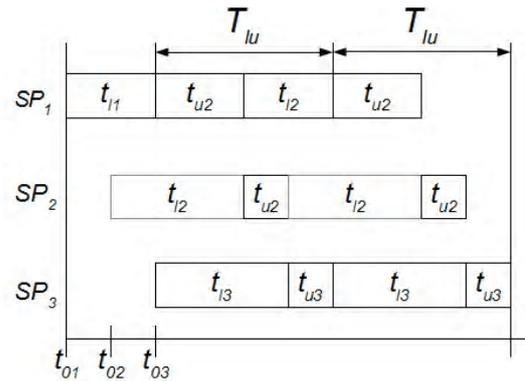


Figure 5 – Gantt diagram of the analysis for the completion time of the subprocesses

The coordination can be achieved through the variation of the quantities stored in temporary spaces and the variation of the performance of the lines. By the introduction of the coordination variables  $\alpha_i$  for temporary store  $B_i$  and  $\lambda_i$  for machines performance, equation (11) can be rewritten in the parametric form as the equation (12):

$$\begin{cases} T_{lu} = f(\alpha_i, \lambda_i), \\ s.t. \\ \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i B \max_i}{\lambda_i, p_i} = (n-1) \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i B \max_i}{p_u \lambda_i, p_i}. \end{cases} \quad (12)$$

Thus, the coordination task is reduced to finding a vector  $X(\alpha_i, \lambda_i)$ , which satisfies the above-mentioned conditions:

$$\begin{cases} \min \left[ \sum t_l(\alpha_i, \lambda_i) - (n-1) \sum t_u(\alpha_i, \lambda_i) \right], \\ s.t. \\ \alpha \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}], \\ \lambda \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]. \end{cases} \quad (13)$$

The values  $\alpha_{\min}$ ,  $\alpha_{\max}$ ,  $\lambda_{\min}$ ,  $\lambda_{\max}$ , ensure that the subprocesses operate in the rank of better efficiency. Equation (13) is solved either by genetic algorithms or a random search method, based on sampling and local search.

As the criterion for evaluating the effectiveness of the upper-level coordinator, it is proposed the relationship between the net profit and maximum completion time in the equation (14):

$$E = \frac{P-C}{T}. \quad (14)$$

It is worth noting that the execution time  $T$  depends on the amount of raw material, designated by each line and its technical parameters. Thus, the selected criterion is a function of the resources allocated to each line and the sequencing of operations.

The overall decision-making is based on the coordination of the decision of the subprocesses. These decisions are the result of the optimization procedures. The value of optimization problems can be modified with a set of weight coefficients, in order to make the subprocesses decision problems independent from each other.

When designing complex systems, there is often ambiguity in one or more of the following elements: constraints, demands or objectives. This imprecision arises because of the scarcity of information or the same nature of processes, which does not allow a satisfactory formulation of the design goals, and thus the inability to assess the relative importance objectives.

#### 4 EXPERIMENTS

To coordinate the making decision process of the object of this study it applied the proposed a mechanism based on fuzzy sets [11]. Formulating a fuzzy coordination problem entails developing membership functions  $m$  for each constraint and each objective. It is important that the membership functions are normalized to comparable value, usually 1. The membership function of a subprocess is the coordination function of that subprocess. On the other hand, the criteria of effectiveness, which act as the degree of satisfaction of the subprocess is the coordination function.

It is desirable to find a solution that maximizes the value of each criterion. However, such a situation occurs only in ideal cases, therefore, for real problems a compromise solution is required. This leads to the need to specify the sequence of application of the criteria and the relative importance. The minimax criterion for the solution of the decision-making problem allows overcoming the disadvantages that appear when applying the additive and multiplicative indicators. The intersection of the membership function of subprocesses objectives, including the upper-level coordinator, yields the membership function of the system:

$$\mu_g = \min(\mu_0, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n). \quad (15)$$

The value that maximizes the global decision is defined as follows:

$$\max_{x \in X} \mu_g(x) = \max_{x \in X} \min \mu_g(\mu_0, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n). \quad (16)$$

The block diagram shows the management process, with the resolution of optimization problems of local subprocesses and the coordination of the isolated solutions.

1. Begin.
2. Selection of the solution vector.
3. Selection of weight coefficients.
4. For  $i=1$  to  $n$  subprocess:
  - a) assigning solution vector to lower levels subsystems;
  - b) solution of local optimization problems;
  - c) calculation of membership functions.
5. End for.
6. Calculation of the global membership function  $\mu_g$ .
7. If  $\mu_g < \min \mu_g$  repeat from step 2.
8. End.

#### 5 RESULTS

Figures 6 and 7 show the evolution of the values of the coefficient of effectiveness as a function of the iterations of the process of coordination. The top figure corresponds to system index and lower figure to subprocesses. At the point of coordination, all subprocesses operate within the ranges

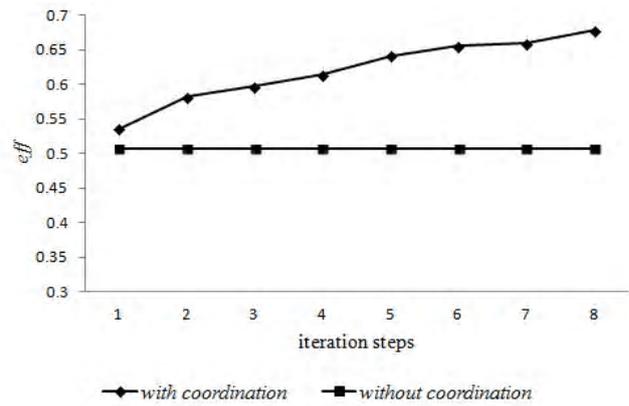


Figure 6 – Coefficient of effectiveness of system with coordination and without coordination

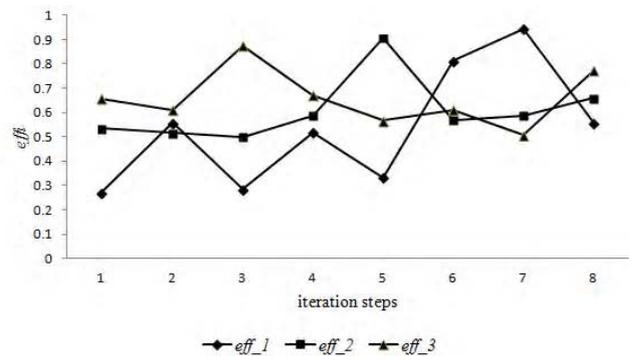


Figure 7 – Coefficient of effectiveness of subprocesses

set forth in the optimization process and under these conditions the overall effectiveness is higher for the case with coordination compared with the case without coordination.

#### 6 DISCUSSION

The results fully support that coordination has a positive effect on the performance of control systems. However, the determination of the effectiveness criteria exerts a large influence on the results. For example, if to take the balance of the criteria of effectiveness as the stopping condition then in the second iteration the program would have stopped. This fact would have led to a suboptimal result as it is clearly illustrated in Figures 6–7. Another important aspect that we have found is the stability of the algorithm. Even though, the behavior of the curves for the indices of effectiveness for each subsystem seems to be erratic, the overall result has a monotonous improvement in each iteration. The method was developed with the characteristics and peculiarities of a specific application under certain conditions; therefore is necessary to take into consideration these conditions for other applications.

#### CONCLUSION

A fuzzy method for the coordination of the activities of a dairy plant was developed. It incorporates a hierarchical multilevel system for the management of activities, and the detailed mathematical modeling of the sequencing of operations. The decision-making process was accomplished by a minimax estimation of the membership functions. The coordinated operations give as result a higher global effectiveness.

**ACKNOWLEDGMENTS**

This work was supported by the grant «The Ministry of Higher Education, Science, Technology and Innovation» SENESCYT «Ecuador, and is sponsored by the University of Santa Elena» «UPSE», Ecuador.

**REFERENCES**

1. Месарович М. Теория иерархических многоуровневых систем / М. Месарович, Д. Мако, И. Такахара. – М. : Мир, 1973. – 344 с.
2. Ладанюк О. А. Автоматизированное управление взаимосвязанными подсистемами технологических комплексов пищевых производств: диссертация на звание кандидата технических наук / О. А. Ладанюк. – К. : 1996. – 176 с.
3. Бурков В. Н. Основы математической теории активных систем / В. Н. Бурков. – М. : Наука, 1977. – 255 с.
4. Новиков Д. А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. / Д. А. Новиков. – М. : Фонд «Проблемы управления», 1999. – 150 с.
5. Beckmann M. Management production function and the theory of the firm / M. Beckmann // Journal of Economic Theory. – 1977. – № 14 – P. 1–18.
6. Goubko M. V. Optimal hierarchies of control for cost functions presentable as sum of homogenous functions. / M. V. Goubko // Automation and Remote Control. – 2010. – Vol. 71, № 9. – P. 1913–1926.
7. Mishin S. P. Optimal stimulation in multilevel hierarchical structures. / S. P. Mishin // Automation and Remote Control 65, 2004. – № 5. – P. 768–789.
8. Воронин А. А. Оптимальные иерархические структуры / А. А. Воронин, С. П. Мишин. – М. : ИПУ РАН, 2003. – 210 с.
9. Malone T. W. The interdisciplinary study of coordination / T. W. Malone, K. Crowston // ACM Comput. Surveys. – 1994. – Vol. 26, № 1. – P. 87–119.
10. Dubovoy V.M. Decision-making in the management of branched technological processes: monograph / V. M. Dubovoy, G. Y. Derman, I. V. Pylypenko, M. M. Bayas. – Vinnitsa : VNTU, 2013. – 223 с.
11. Системний аналіз складних систем управління : навч. посіб. / [А. П. Ладанюк, Я. В. Смітюх, Л. О. Власенко та ін.]. – К. : НУХТ, 2013. – 274 с.
12. Bayas M. M. Efficient Resources Allocation in Technological Processes Using Genetic Algorithm / M. M. Bayas, V. M. Dubovoy // Middle-East Journal of Scientific Research. – 2013. – Vol. 14, № 1. – P. 1–4. DOI: 10.5829/idosi.mejsr.2013.14.1.16313.
13. Bayas M. M. Efficient Resources Allocation in Technological Processes Using an Approximate algorithm based on Random Walk / M. M. Bayas, V. M. Dubovoy // International Journal of Engineering and Technology. – 2013. – Vol. 5, № 5. – P. 4214–4218.
14. Байас М. М. Координация решений о распределении ресурсов на основе генетического алгоритма / М. М. Байас, В. М. Дубовой // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2014. – № 2. – С. 4–12.

Article was submitted 07.11.2014.  
After revision 22.12.2014.

Байас М. М.

Аспирант кафедры компьютерных систем управления, Винницкий национальный технический университет, Винница; преподаватель «Universidad de la Península de Santa Elena», Эквадор

#### **РАЗРАБОТКА КООРДИНАЦИОННОГО МЕТОДА ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОГО ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ИЕРАРХИЧЕСКОЙ МНОГОУРОВНЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОЙ СИСТЕМЕ**

В условиях современного производства происходят объективные изменения в функционировании промышленных предприятий, что связано с ростом их размеров и сложностью во взаимозависимости подчиненных структур. Поэтому на предприятии необходима модернизация систем управления процессами. Одним из важных заданий в этой модернизации является разработка эффективных методов координации. Поэтому в данной статье рассматриваются проблемы координации в принятии решений в группе автономных производственных единиц. Объектом исследования являются процессы принятия локальных решений на молокозаводе, на котором работает три производственные линии. Предметом исследования является координация операций, когда имеется только одна упаковочная машина. Цель данной работы – увеличить общий индекс эффективности системы производственных единиц за счет оптимального распределения ресурсов и синхронизации операций технологического процесса. Для эффективной координации предлагается метод, который обеспечивает оптимизацию процессов при рассмотрении конкретных предпочтений каждого локального блока принятия решений. Для каждого подчиненного блока принятия решений или координатора, целевая функция измеряет эффективность деятельности подпроцессов. Координатор влияет на процесс принятия решений более низкого уровня, так что производительность системы в целом оптимизируется. Координатор содержит иерархическую многоуровневую систему для управления деятельностью, а также детальное математическое моделирование последовательности операций. Предложенный метод основан на теории нечетких множеств и нечеткой логики. Процесс принятия решений осуществляется посредством минимаксной оценки функций принадлежности. Координированные операции дают в качестве результата более высокую глобальную эффективность. Кроме того, для сравнения предпочтений предложены нормированные критерии эффективности, основанные на технологических характеристиках каждого процесса.

**Ключевые слова:** координация подпроцесса, нечеткий метод, иерархическая многоуровневая система, принятие решений.

Байас М. М.

Аспирант кафедры компьютерных систем управления, Винницкий национальный технический университет, Винница; преподаватель «Universidad de la Península de Santa Elena», Эквадор

#### **ROZROBKA KOOORDINACIYNNOHO METODU DYA EFEKTYVNOHO PRYNYATTYA RISHENY V IERARHICHNIY BAGATORIVNEVIY PROMISLUVIY SISTEMI**

В умовах сучасного виробництва відбуваються об'єктивні зміни у функціонуванні промислових підприємств, що пов'язано з ростом їхніх розмірів і складністю у взаємозалежності підлеглих структур. Тому на підприємстві необхідна модернізація систем керування процесами. Одним з важливих завдань у цій модернізації є розробка ефективних методів координації. Тому в даній статті розглядаються проблеми координації в прийнятті рішень у групі автономних виробничих одиниць. Об'єктом дослідження є процеси прийняття локальних рішень на молокозаводі, на якому працює три виробничі лінії. Предметом дослідження є координація операцій, коли є тільки одна пакувальна машина. Мета даної роботи – збільшити загальний індекс ефективності системи виробничих одиниць за рахунок оптимального розподілу ресурсів і синхронізації операцій технологічного процесу. Для ефективної координації пропонується метод, що забезпечує оптимізацію процесів при розгляді конкретних переваг кожного локального блоку прийняття рішень. Для

кожного підпорядкованого блоку прийняття рішень або координатора, цільова функція вимірює ефективність діяльності підпроцесів. Координатор впливає на процес прийняття рішень більш низького рівня так, що продуктивність системи в цілому оптимізується. Координатор містить ієрархічну багаторівневу систему для керування діяльністю, а також детальне математичне моделювання послідовності операцій. Запропонований метод заснований на теорії нечітких множин і нечіткої логіки. Процес прийняття рішень здійснюється за допомогою мінімаксного оцінювання функцій належності. Координовані операції дають як результат більш високу глобальну ефективність. Крім того, для порівняння переваг запропоновані нормовані критерії ефективності, засновані на технологічних характеристиках кожного процесу.

**Ключові слова:** координація підпроцесу, нечіткий метод, ієрархічна багаторівнева система, прийняття рішень.

## REFERENCES

1. Mesarovich M., Mako D., Takahara I. Theory of hierarchical multilevel systems. Moscow, Mir, 1973, 344 p.
2. Ladanyuk O. A. Automated control of interconnected subsystems technological systems of food production: disertatsiyna robot zdobuttya Naukova stage cand. tehn. Sciences. Kiev, 1996, 176 p.
3. Burkov V. N. Foundations of the mathematical theory of active systems. Moscow, Nauka, 1977, 255 p.
4. Novikov D. A. Mechanisms of multilevel organizational systems. Moscow, Foundation «Problems of Control», 1999, 150 p.
5. Beckmann M. Management production function and the theory of the firm, *Journal of Economic Theory*, 1977, No. 14, P. 1–18.
6. Goubko M. V. Optimal hierarchies of control for cost functions presentable as sum of homogenous functions, *Automation and Remote Control*, 2010, Vol. 71, No. 9, pp. 1913–1926.
7. Mishin S. P. Optimal stimulation in multilevel hierarchical structures, *Automation and Remote Control* 65, 2004, No. 5, pp. 768–789.
8. Voronin A. A., Mishin S. P. Optimal hierarchical structure. Moscow, ICS RAS, 2003, 210 p.
9. Malone T. W., Crowston K. The interdisciplinary study of coordination, *ACM Comput. Surveys*, 1994, Vol. 26, No. 1, pp. 87–119.
10. Dubovoy V. M., Derman G. Y., Pylypenko I. V., Bayas M. M. Decision-making in the management of branched technological processes: [monograph]. Vinnitsa, VNTU, 2013, 223 c.
11. Ladanyuk A. P. Smityuh Y., Vlasenko L. O. [that in.]. Systemic analiz folding systems upravlinnya: navch. posib. Kiev, NUHT, 2013, 274 p.
12. Bayas M. M., Dubovoy V. M. Efficient Resources Allocation in Technological Processes Using Genetic Algorithm, *Middle-East Journal of Scientific Research*, 2013, Vol. 14, No. 1, pp. 1–4. DOI: 10.5829 / idosi.mejsr.2013.14.1.16313.
13. Bayas M. M., Dubovoy V. M. Efficient Resources Allocation in Technological Processes Using an Approximate algorithm based on Random Walk, *International Journal of Engineering and Technology*, 2013, Vol. 5, No. 5, pp. 4214–4218.
14. Bayas M. M., Dubovoy V. M. Coordination resource allocation decisions based on genetic algorithm, *Informatsiyni tehnologii that Komp'yuterniy inzheneriya*, 2014, No. 2, pp. 4–12.

*Наукове видання*

**Радіоелектроніка,  
інформатика,  
управління**

№ 1/2015

Науковий журнал

Головний редактор – д-р фіз.-мат. наук В. В. Погосов

Заст. головного редактора – д-р техн. наук С. О. Субботін

Комп'ютерне моделювання та верстання  
Редактор англійських текстів

С. В. Зуб  
С. О. Субботін

Оригінал-макет підготовлено у редакційно-видавничому відділі ЗНТУ

Свідоцтво про державну реєстрацію  
КВ № 6904 від 29.01.2003.

*Підписано до друку 15.06.2015. Формат 60×84/8.  
Папір офс. Різогр. друк. Ум. друк. арк. 9,99.  
Тираж 300 прим. Зам. № 632.*

*69063, м. Запоріжжя, ЗНТУ, друкарня, вул. Жуковського, 64*

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
ДК № 2394 від 27.12.2005.